

OPÇÕES REAIS SUPER LATTICE SOLVER MANUAL DO USUÁRIO

Dr. Johnathan Mun, Ph.D., MBA, MS, BS, CFC, CRM, FRM, MIFC

REAL OPTIONS VALUATION, INC.



Este manual e o software nele descrito são fornecidos sob licença e somente podem ser usados ou copiados de acordo com os termos da licença. Os dados apresentados neste documento têm caráter informativo apenas e estão sujeitos a alterações sem aviso prévio e não representam compromisso, bem como garantia por parte da Real Options Valuation, Inc., de resultados no uso comercial. Nenhuma parte deste Manual poderá ser reproduzida ou transmitida em qualquer forma ou meios, eletrônicos ou mecânicos, incluindo fotocópias e gravações, para qualquer propósito sem a expressa e escrita autorização de Real Options Valuation, Inc. Material baseado em registro autoral de Dr. Johnathan Mun. Escrito, desenvolvido e publicado nos Estados Unidos da América. Para adquirir cópias adicionais deste documento, contatar: Real Options Valuation, Inc., no endereço eletrônico a seguir: Admin@RealOptionsValuation.com. Microsoft® é Marca Registrada de Microsoft Corporation nos U.S.A. e outros países. Outros nomes de produtos aqui mencionados podem ser marcas registradas de seus legítimos signatários.

© Copyright 2005-2012 Dr. Johnathan Mun. All rights reserved.

Real Options Valuation, Inc.

4101F Dublin Blvd., Ste. 425

Dublin, California 94568 U.S.A.

Phone 925.271.4438 • Fax 925.369.0450

admin@realoptionsvaluation.com

www.risksimulator.com

www.realoptionsvaluation.com



PREFÁCIO

Bem vindo ao software Real Options Super Lattice Solver

Bem vindo ao software Real Options Super Lattice Solver (SLS) versão 5.0. Este software tem vários módulos, que incluem:

- Simple Super Lattice Solver (“SLS”)
- Múltiplo Super Lattice Solver (“MSLS”)
- Multinomial Lattice Solver (“MNLS”)
- Desenvolvedor de Árvore - *Lattice Maker*
- Soluções SLS Excel
- Funções SLS
- ROV Strategy Tree

Estes módulos contêm conceitos de opções financeiras que são aplicados a ativos reais ou físicos. Por exemplo, quando se compra uma Opção de Compra (*Call*) sobre uma determinada ação, se está comprando o direito, mas não uma obrigação, de adquirir a referida ação a um determinado preço previamente acordado. Quando chega o momento de adquirir a ação, exercendo a opção, o que poderá ocorrer no vencimento ou antes, tal poderá ocorrer caso o preço de mercado da ação seja compensador, isto é, o valor de mercado seja maior que o valor acordado para o ativo na opção adquirida. Exercer a opção de compra significa adquirir a ação de referência por um preço menor que o de mercado e dessa forma auferir um lucro (observando o custo para aquisição do ativo mais os custos da transação, como impostos, taxa de corretagem e o prêmio pago pela opção). Entretanto, se o valor de mercado do ativo for menor que o valor pré-estabelecido, a opção não será exercida, limitando as perdas, neste caso, aos custos de transação e ao valor do prêmio pago pela opção. É difícil se predizer o futuro e deve ser tratado como incerteza e risco. Não se pode saber se um determinado ativo (por exemplo, ação) irá aumentar ou reduzir seu valor. Esta é a beleza das opções: é possível se maximizar os ganhos (especulando sem haver um limite superior) enquanto se limita as perdas (fazendo uma proteção de baixas do valor do ativo, limitando as perdas ao valor do prêmio e custos de transação). A mesma idéia pode ser aplicada a qualquer tipo de ativo. Os ativos de uma empresa incluem fábricas, patentes, projetos, pesquisas e desenvolvimento, e outros. Cada um desses ativos carrega incertezas. Por exemplo, irá um projeto multimilionário ser capaz de gerar um produto lucrativo? Irá um investimento em uma empresa iniciante ajudar a empresa investidora expandir em novos mercados? Administradores se defrontam cotidianamente com essas questões. O conjunto de programas existentes em “Real Options Super Lattice Solver” (SLS, MSLS e

MNLS) possibilitam ao analista de negócios e aos executivos, a utilização de ferramentas que os habilitam a estimar o resultado de um investimento em um futuro incerto.

Quem deve usar este software?

O conjunto de programas disponibilizados no pacote Real Options Super Lattice Solver (SLS, MSLS, MNLS, Desenvolvedor de Árvore Binomial “Lattice”, Soluções Excel Solution, e Funções Excel) são adequados para analistas acostumados com o uso de planilha eletrônica Excel para modelagens e com o uso de Opções Reais. O software pode ser usado em conjunto com os livros: *Real Options Analysis: Tools and Techniques, 2nd Edition* (Wiley 2005), *Modeling Risk* (Wiley 2006), e *Valuing Employee Stock Options* (Wiley 2004) todos escritos por Dr. Johnathan Mun, idealizador do software.¹ Também existem várias possibilidades de treinamento e certificação oferecidos, como: *Certified Risk Analyst (CRA)*, *The Basics of Real Options* and *Advanced Real Options* todos ministrados por Dr. Mun. Enquanto o software e seus modelos são baseados em seus livros, os cursos cobrem a matéria de Opções Reais com mais profundidade, incluindo exemplo de casos aplicados a “cases” negócios. É positivamente recomendado que o usuário familiarize-se com os conceitos alinhados no livro *Real Options Analysis: Tools and Techniques, 2nd Edition*, (Wiley, 2006).

¹ O software Real Options SLS 5.0 foi idealizado e projetado por Dr. Johnathan Mun, e sua programação foi desenvolvida por uma equipe de analistas e programadores liderada por J.C. Chin.

TABELA DE CONTEÚDOS

PREFÁCIO.....	2
<i>Bem vindo ao software Real Options Super Lattice Solver.....</i>	<i>2</i>
<i>Quem deve usar este software?.....</i>	<i>3</i>
SEÇÃO I – INICIANDO	7
<i>1.1 Introdução ao Super Lattice Software (SLS).....</i>	<i>8</i>
<i>1.2 Ativo Simples Super Lattice Solver.....</i>	<i>11</i>
<i>1.3 Exemplos do SLS em Ativos Simples.....</i>	<i>12</i>
<i>1.4 Múltiplos Ativos Super Lattice Solver (MSLS).....</i>	<i>18</i>
<i>1.5 Multinomial Lattice Solver.....</i>	<i>20</i>
<i>1.6 SLS Desenvolvedor de Árvore Binomial (Lattice)</i>	<i>22</i>
<i>1.7 SLS Soluções Excel (SLS, MSLS e Volatilidades ajustadas em Excel)</i>	<i>23</i>
<i>1.8 Funções SLS</i>	<i>26</i>
<i>1.9 Valoração de Opções Financeiras Exóticas</i>	<i>29</i>
<i>1.10 Gráfico de Payoff, Análises com gráfico Tornado, Sensibilidade, Monte Carlo Simulação e árvore de Estratégia.....</i>	<i>30</i>
<i>1.11 Notas e Dicas do SLS.....</i>	<i>39</i>
SEÇÃO II: ANÁLISE COM OPÇÕES REAIS.....	44
<i>2.1 Opções de Abandono Americana, Européia, Bermuda, e Customizadas.....</i>	<i>45</i>
<i>2.2 Opções de Contração, Americana, Européia, Bermuda, e Customizadas.....</i>	<i>53</i>
<i>2.3 Opções de Expansão Americana, Européia, Bermuda, e Customizada.....</i>	<i>58</i>
<i>2.4 Opções de Contração, Expansão e Abandono.....</i>	<i>63</i>
<i>2.5 Opção de Compra básica tipo Americana, Européia e Bermuda</i>	<i>66</i>
<i>2.6 Opções de Venda tipo Americana, Européia e Bermuda.....</i>	<i>68</i>

2.7 Opções Exóticas de Escolha ou Conversão.....	70
2.8 Opções Sequenciais Compostas	72
2.9 Opções Compostas Sequencial Multifase	74
2.10 Opções Compostas Sequencial Customizadas.....	76
2.11 Opções Dependente do Caminho, Independente do Caminho, Mutuamente Exclusiva, não-Mutuamente Exclusiva, Combinação Aninhadas Complexas	78
2.12 Opções Compostas Simultâneas.....	80
2.13 Opções Americana e Européia usando Árvore Trinomial.....	81
2.14 Opções Reversão a Média Americana e Européia usando Árvore Trinomial.....	83
2.15 Opção de Difusão com Salto usando Árvore Quadrinomial.....	87
2.16 Opções com Variável Dual tipo Rainbow usando Árvore Pentanomial.....	89
2.17 Opção Americana e Européia com Barreira Inferior.....	91
2.18 Opção Americana e Européia com Barreira Superior	94
2.19 Opções Americanas e Européias com Dupla barreira e Barreiras Exóticas.....	96
SEÇÃO III – OPÇÕES DE AÇÃO DE EMPREGADOS.....	98
3.1 ESO Americana com período de carência	99
3.2 Comportamento do Exercício sub-ótimo de uma opção Americana	101
3.3 ESO Americana com Carência e Exercício Subótimo	103
3.4 ESO Americana com Carência, Exercício Subótimo, Períodos de impedimento (Blackout) e taxa de Confisco.....	105
Apêndice A: Convergência da Árvore Binomial	107
Apêndice B: Estimativa de Volatilidade	109
B.1 Estimativa de Volatilidade (Abordagem pelo Logaritmo dos Retornos/Preços de Ações).....	110
B.2 Estimativa de Volatilidade (Logaritmos dos Retornos do Valor Presente)	116
B.3 Método GARCH	122
B.4 Método de Gestão das Hipóteses - Management Assumption Approach	123

Apêndice C: Fórmulas Analíticas – Fórmulas das Opções Exóticas	131
<i>Modelo de Opção Black e Scholes – versão Européia</i>	<i>131</i>
<i>Black e Scholes com Drift (Dividendo) – Versão Européia.....</i>	<i>132</i>
<i>Black e Scholes com pagamentos futuros – versão Européia</i>	<i>133</i>
<i>Opções de Escolha ou Conversão (Conversão Básica).....</i>	<i>134</i>
<i>Conversão Complexa</i>	<i>135</i>
<i>Opções em opções Compostas.....</i>	<i>137</i>
<i>Opção de Início Futuro (Forward Start)</i>	<i>138</i>
<i>Modelo Black-Scholes Generalizado.....</i>	<i>139</i>
<i>Opções sobre Futuros</i>	<i>140</i>
<i>Opção sobre dois ativos correlacionados.....</i>	<i>141</i>
Apêndice D – Guia rápido de instalação e licenciamento.....	142
<i>Preparação:.....</i>	<i>142</i>
<i>Instalando as Licenças:</i>	<i>143</i>

SEÇÃO I – INICIANDO

Ativo Simples “Super Lattice Solver” (SLS)

Ativos Múltiplos “Multiple Super Lattice Solver” (MSLS)

Multinomial Lattice Solver (MNLS)

Planilha de Árvore de Auditoria

Desenvolvedor de Árvore

Solução SLS Excel

Funções SLS

Gráfico de Payoff

Análises com gráfico Tornado

Sensibilidade

Monte Carlo Simulação

Árvore de Estratégia

1.1 Introdução ao Super Lattice Software (SLS)

O software Real Options Super Lattice Software (SLS) é composto de vários módulos, incluindo: Simple Super Lattice Solver (SLS), Multiple Super Lattice Solver (MSLS), Multinomial Lattice Solver (MNLS), Desenvolvedor Árvore (Lattice Maker), Solução SLS Excel, e Funções SLS. Esses módulos são solucionadores poderosos e adaptáveis de árvores binomiais e podem ser usados para resolver muitos tipos de opções (incluindo as três principais famílias de opções: opções reais, que opera com problemas relacionados a ativos reais e intangíveis; opções financeiras que opera com ativos financeiros e investimentos relacionados com esses ativos do tipo ESO - Employee Stock Options (opções de ações para empregados, que opera com opções sobre ações da empresa associados a contrato com empregados). Este texto ilustra alguns exemplos de aplicações de opções reais, opções financeiras e opções de empregados que o usuário encontrará mais freqüentemente.

- O **Modelo de Ativo Simples** é usado primariamente para encontrar o valor de opções sobre um único ativo subjacente utilizando o modelo Lattice (Árvore Binomial). Mesmo as opções complexas com um único ativo subjacente podem ser resolvidas com o SLS.
- O **Modelo com Múltiplos Ativos** é usado para solucionar opções com mais de um ativo subjacente bem como para opções compostas, sequenciais, com múltiplas fases, utilizando o método Lattice. Mesmo as opções mais complexas com múltiplos ativos subjacentes e fases podem ser resolvidas com o MSLS.
- O **Modelo Multinomial** usa árvores multinomiais (trinomial, quadrinomial e pentanomial) para solucionar opções que não podem ser resolvidas com o modelo binomial.
- O **Desenvolvedor de Árvore Binomial** é utilizado para a montagem de árvores binomiais em planilha Excel com a possibilidade de visualização das fórmulas e da estrutura física, útil que se deseja realizar simulações Monte Carlo, com o software simulador de risco Risk Simulator® (um *add-in* em Excel para realizar simulações, previsões e otimizações, desenvolvido por “Real Options Valuation, Inc.”) ou conectar a outros modelos em planilha. A árvore gerada também indica os nós de decisão e os pontos de decisão temporal ótima para exercer a opção.
- O modelo **Soluções SLS Excel** permite a criação de cálculo e as fórmulas desenvolvidas no SLS e MSLS no ambiente Excel de modo que o usuário tenha acesso às funções SLS e MSLS diretamente na planilha Excel. Esta funcionalidade facilita a construção de modelos, fórmulas e valores associados, bem como a realização de simulações, além de disponibilizar modelos de planilhas para serem adaptadas.

- **Funções SLS** são modelos de opções reais e modelos de opções financeiras acessíveis diretamente na planilha Excel. Tal facilita a construções de modelos, associação com outros modelos e realização de simulação.

O software SLS foi criado pelo Dr. Johnathan Mun, professor, consultor e autor de numerosos livros, como: *Real Options Analysis: Tools and Techniques, 2nd Edition* (Wiley 2005), *Modeling Risk* (Wiley 2006), e *Valuing Employee Stock Options: Under 2004 FAS 123* (Wiley 2004). Este software também é utilizado como apoio em diversos cursos e treinamentos em opções reais, simulação e valoração de opções para empregados, ministrados pelo Dr. Mun. Enquanto o software e seus modelos são baseados no seu livro, os cursos e treinamentos cobrem a teoria de opções reais em maior profundidade, incluindo a solução de casos reais para soluções de problemas empresariais e de uso de opções reais. É altamente recomendado que o usuário se familiarize com os conceitos relacionados à opções reais pela leitura e estudo do livro *Real Options Analysis: Tools and Techniques, 2nd Edition* (Wiley 2005) antes de realizar uma investida mais profunda na análise de uso de opções reais através deste software. Este manual não cobrirá alguns preceitos da teoria financeira e matemática de tópicos discutidos neste livro.

Nota: A 1ª edição de *Real Options Analysis: Tools and Techniques* publicada em 2002 apresenta o software *Real Options Analysis Toolkit*, uma versão precursora do *Super Lattice Solver*, também criada pelo Dr. Johnathan Mun. O software *Real Options Super Lattice Solver* supera o *Real Options Analysis Toolkit* com diversos aperfeiçoamentos e introduzidos no livro *Real Options Analysis, 2nd edition* (2005):

- Todas as inconsistências, erros nos cálculos e *bugs* foram consertados e revistos
- Possibilidade de se alterar dinamicamente os parâmetros de entrada (opções customizadas)
- Possibilidade de se alterar dinamicamente as volatilidades
- Incorporação de opções do tipo Bermuda (períodos de carência e blackout) e Opções Customizadas
- Capacidade de modelagens flexíveis para criação e desenvolvimento de modelos de opções próprios
- Melhoria da acurácia, da precisão e de processos analíticos

Como desenvolvedor de ambos os programas, *Super Lattice Solver* e *Real Options Analysis Toolkit* (ROAT), o autor sugere ao leitor focar seu uso nas ferramentas disponibilizadas em *Super Lattice Solver* devido às diversas evoluções deste em relação ao seu antecessor o ROAT. O software SLS 5.0 requer os seguintes pré-requisitos mínimos para operar corretamente:

- Windows XP, Vista, ou Windows 7, e sucessores
- Excel XP, Excel 2003, Excel 2007, ou Excel 2010, e sucessores
- .NET Framework 2.0, 3.0, 3.5, e sucessores

- Direitos de Administrador (para a instalação do software)
- Mínimo de 2GB de RAM
- 150MB área livre em disco

O software é capaz de operar com a maioria dos sistemas internacionais do Windows ou Excel e o software SLS foi testado nos diversos modelos e sistemas operacionais internacionais do Windows. Contudo, em alguns casos pode ser necessário se alterar para o sistema americano, procedendo da seguinte forma: *Iniciar | Painel de Controle | Opções Regionais e de Idioma*. Selecione *English (United States)*. Esta alteração muitas vezes é necessária por incompatibilidade das unidades e sinalizações usadas e que não são resolvidas pelos programas instalados (p.ex., mil dólares e cinquenta centavos é grafado em inglês como 1,000.50 e na língua portuguesa como 1.000,50).

Para a instalação do software, confirme se o sistema possui todos os pré-requisitos apontados anteriormente. Caso seja necessário instalar o software “.NET Framework 2.0”, procure no disco de instalação o programa *dotnetfx20.exe* e instale ou, caso não possua o CD, obtenha este programa em:

www.realoptionsvaluation.com/attachments/dotnetfx20.exe.

é necessário que este software esteja previamente instalado antes de começar o processo de instalação do software SLS 5.0. Observar que .NET 2.0 trabalha em paralelo com o .NET 1.1 e este não deve ser desinstalado. Ambas as versões deve estar operando simultaneamente para um bom desempenho.

Em seguida instale o software SLS 5.0 utilizando o disco de instalação ou obtendo o software diretamente do site da “Real Options Valuation, Inc”. no seguinte endereço: www.realoptionsvaluation.com na pasta de download e com um duplo clique no *Real Options SLS 5.0* é possível selecionar a versão completa (FULL) caso já tenha adquirido a licença de uso ou escolhendo a versão de teste (TRIAL). A versão de teste vem com uma licença de uso para 10 dias e durante este período o programa funciona com os mesmos recursos da versão completa. Para continuação do uso é necessário adquirir a licença de uso seguindo as orientações disponíveis nas telas do programa.

Caso tendo a versão TRIAL deseje obter a licença permanente, visite o endereço na internet www.realoptionsvaluation.com e clique em *Purchase* (Comprar – no painel superior esquerdo) e complete o procedimento de compra. As instruções pertinentes serão enviadas bem como o arquivo de licença permanente. Ver em Apêndice D e Apêndice E para instruções adicionais para instalação e no Apêndice F para instruções sobre a Licença. Visite www.realoptionsvaluation.com e vá a FAQ e DOWNLOADS para qualquer atualização ou problema que possa existir.

1.2 Ativo Simples Super Lattice Solver

A figura 1 ilustra a tela principal do software SLS. Após a instalação do software o usuário poderá acessar a tela principal através do seguinte caminho: *Iniciar | Todos os Programas | Real Options Valuation | Real Options SLS 5.0 | Real Options SLS 5.0*. Estando na tela principal é possível executar os modelos com ativo simples. Modelo com múltiplos ativos, modelos multinomiais, Desenvolvedor de Árvore, abrir exemplos ou abrir modelos existentes. Pode-se mover o mouse sobre quaisquer itens a fim de obter uma breve descrição do que o módulo faz. Também é possível, na tela principal, adquirir ou instalar uma nova licença adquirida.

Para acessar Funções SLS, Soluções SLS Excel, ou exemplo de cálculo de Volatilidade, utilize o seguinte caminho: *Iniciar | Todos os programas | Real Options Valuation | Real Options SLS* e selecione o módulo que deseja executar.



Figura 1 – Super Lattice Solver (SLS)

1.3 Exemplos do SLS em Ativos Simples

Para ajudar ao iniciante foram disponibilizados vários exemplos de cálculo de opções sobre ativos simples. Uma opção Européia de compra é calculada neste exemplo utilizando o SLS. Para seguir as explicações, na Tela Principal, clique em [Criar Novo Modelo de Ativo Simples](#), clique em [Arquivo | Exemplos | Opção de Compra Plena Vanilla I](#). O arquivo deste exemplo será carregado como visto na figura 2. O Valor Presente - PV do Ativo Subjacente ou valor inicial da ação é de \$100 e o custo de Implantação do projeto ou Valor de Exercício é de \$100, para uma opção com tempo de maturação de 5 anos. A taxa livre de retorno anualizada é de 5% e a volatilidade anualizada, histórica ou futura esperada, é de 10%. Clique em EXECUTAR (ou *Alt R*) e será montada e calculada uma árvore binomial com 100 passos com resultado exibido de \$23,3975 para ambos tipos de opção, Européia e Americana. Valores de referência são apresentados os valores baseados nas soluções apresentadas por Black-Scholes e na solução do modelo de forma-fechada da opção Americana, baseada na solução aproximada da equação parcial diferencial bem como na solução para Opção de Compra e Venda, Americana e Européia utilizando o modelo *Lattice* Padrão para 1.000 passos. Observar que apenas Opções Americanas e Européias são selecionadas e que o resultado é dado para essas opções de compra Européia e Americana através do uso do modelo Lattice com Ativo Simples.

Figure 2 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Plain Vanilla American and European Call Options (lower number of steps). Useful for testing convergence.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 10

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	23.42	1.30
Forma-Fechada Americana	23.42	3.29
Binomial Européia	23.42	1.30
Binomial Americana	23.42	3.30

Resultado

Opção americana: 23.3975

Opção Européia: 23.3975

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 2 – Resultados do SLS para Opção de Compra e de Venda Simples tipo Européia e Americana

Os resultados de referência usam o modelo analítico (modelos desenvolvidos por Black-Scholes) e com uso de Árvore Binomial com 1.000 passos. É possível se alterar nos dados de entrada para o uso de 10.00 passos e verificar que as respostas são equivalentes aos valores de referência, conforme pode ser visto na figura 3. Observe os valores são idênticos e que nunca é ótimo o exercício antecipado da opção Americana, não havendo pagamento de dividendo. Fique atento, contudo, que quanto maior o número de passos, maior o esforço computacional e conseqüentemente o tempo de execução dos cálculos para se obter a resposta. É conveniente no início da modelagem utilizar menos passos para se testar a robustez do modelo e então progressivamente ir aumentando a quantidade de passos até verificar a sua convergência. Veja no Apêndice A sobre a convergência da árvore binomial e sobre quantos passos são necessários para de garantir a convergência de uma avaliação robusta.

Figure 3 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Plain Vanilla American and European Call Options (lower number of steps). Useful for testing convergence.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 10

Passo da Árvore 1000 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Varáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	23.42	1.30
Foma-Fechada Americana	23.42	3.29
Binomial Européia	23.42	1.30
Binomial Americana	23.42	3.30

Resultado

Opção americana: 23.4187

Opção Européia: 23.4187

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figure 3 – Comparando os Resultados da SLS com Benchmarks

Alternativamente, é possível introduzir uma equação de contorno nos nós finais e intermediários para obter o mesmo resultado. Observar que utilizando apenas 100 passos e equações terminais como $\text{Max}(\text{Ativo} - \text{Custo}, 0)$ e Intermediárias como $\text{Max}(\text{Ativo} - \text{Custo}, \text{Opção Aberta})$ levará a mesma resposta. Quando informar sua própria equação de contorno, tenha certeza que a opção customizada está assinalada em Tipos de Opções.

Quando informar suas equações, observe que o item Opções Customizadas deve estar assinalado.

A figura 4 ilustra isso feito. Observe que o valor de \$23,3975 da Figura 4 coincide com o obtido na Figura 2. A *Equação Terminal (TE)* é calculada na Maturidade enquanto a *Equação Intermediária (IE)* é calculada de forma retroativa em todos os nós anteriores à

Maturidade. O termo *Opção Aberta* ou *OptionOpen* representa a instrução para se manter a opção “viva” para futura execução. Dessa forma a equação indicada nos terminais intermediários $\text{Max}(\text{Ativo} - \text{Custo}, \text{Opção Aberta})$ representa que a decisão de maximização do resultado PE feita pelo maior valor entre o resultado ou o valor de se manter a opção “viva”. Em contraste no campo *Equação no Nó de Terminal* (Opção na Expiração) (TE) a equação $\text{Max}(\text{Ativo} - \text{Custo}, 0)$ representa a maximização do resultado pela escolha do maior valor entre o Resultado e o valor 0 (zero), ou seja se a opção está ‘dentro-do-dinheiro / *in-the-money*’ (exerce com Resultado) ou ‘no-dinheiro / *at-the-money*’ ou ‘fora-do-dinheiro / *out-of-the-money*’ (exerce como zero).

Figure 4 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Plain Vanilla American and European Call Options (lower number of steps). Useful for testing convergence.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 10

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost,0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Asset-Cost,OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	23.42	1.30
Forma-Fechada Americana	23.42	3.29
Binomial Européia	23.42	1.30
Binomial Americana	23.42	3.30

Resultado

Opção personalizada: 23.3975

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 4 – Entradas para Equações Customizadas

Adicionalmente, é possível a criação de uma Planilha de Auditoria para visualização dos 10 (dez) primeiros passos da Árvore Binomial, assinalando essa opção no indicador de *Criar Planilha de Auditoria*. Carregue o exemplo “Opção de Compra modelo Vanilla Plena I” e selecione o indicador *Criar de Planilha de Auditoria* conforme mostrado na Figura 5. Existem vários detalhes que se deve observar nesta planilha de auditoria:

- A planilha de auditoria mostrará apenas os 10 (dez) primeiros passos da árvore gerada, independente da quantidade de passos definidos no modelo. Isto é, caso tenha sido informado que a solução ocorreria com uso de 100 passos a árvore apresentada apenas indicará os 10 (dez) primeiros nós. Se desejar verificar toda a árvore, especifique em *Passos da Árvore* apenas 10 (dez) passos para a solução (Figura 6).

- O usuário poderá recarregar o arquivo, visualizando e imprimindo as equações, caso necessário através do comando [Arquivo](#) | [Imprimir](#).

O software SLS também permite que se salve o arquivo analisado de modo a permitir que o mesmo seja recuperado no futuro. Apenas os dados de entrada são guardados, mas não os resultados, uma vez que esses podem ser obtidos a qualquer instante pela execução do modelo.

Também é possível entrar com a condição de passos com Blackout. Esses são passos que terão um comportamento diferente dos passos intermediários em geral. Por exemplo, numa solução onde está determinado o uso de uma árvore com 1.000 passos é possível determinar que os passos de 0-400 são em *Blackout* (condição de *Opção Aberta* é forçada). Outro exemplo pode ser feito com a especificação de alguns passos onde o exercício não poderá ocorrer, por exemplo, passos 1, 3, 5 e 10 (passos com *Blackout*). Esta possibilidade de congelamento em alguns passos é empregada em opções que obriguem seu proprietário a períodos de carência ou que impeçam o exercício durante um determinado período, como em opções de empregados, condições contratuais associada à Opção Real quando a opção não poderá ser exercida (p.ex., período de bloqueio, período prova de conceito, etc.)

Se uma equação é especificada no *Equação no Nó Terminal* e o *Tipo de Opção* é marcado para *Americana*, *Européia*, *Bermuda* ou *Customizada*, será utilizada a equação informada pelo usuário no nó terminal. Entretanto para os nós intermediários, a opção Americana assumirá a mesma equação do nó terminal mais a condição de continuar com a *Opção Aberta*; a opção Européia assumirá que apenas poderá assumir a condição de *Opção Aberta* e nunca a de executar a condição do nó terminal; enquanto que na opção tipo Bermuda o programa assumirá que durante o período de blackout na árvore binomial a opção será mantida aberta sem a possibilidade de executar a condição do nó terminal. Se mesmo assim ainda for necessário entrar com uma equação no *Nó Intermediário*, deve ser marcada a opção *Customizada* (de outra forma não será possível escrever no *Nó de Equação Intermediária*. A *Opção Customizada* utilizará as equações informadas nos *Nó Terminal*, *Nós Intermediários* e *Nós de Blackout*.

A lista de *Variáveis Customizadas* é o espaço onde se pode adicionar modificar ou apagar variáveis customizadas, as variáveis que são objetos das equações dos nós especificados. Por exemplo, quando calculando uma opção de abandono será requerido um valor residual (salvado). Tal deve ser adicionado na lista de *Variáveis Customizadas*, providenciando um nome simples e sem espaço, um valor apropriado e o passo na árvore quando essa variável passa a valer. Isto é, se existem múltiplos valores residuais ou salvados (p.ex., se o valor residual varia com o tempo). É possível informar várias vezes a variável (p.ex., *salvado*) sendo que a cada vez deve ser indicado um passo de validade inicial diferente, alterando também o seu valor. Por exemplo, para um horizonte de 10 (dez) anos, uma árvore com 100 passos com dois valores residuais, sendo o primeiro no montante de \$100, do início até o final do Ano 5, aumentando para \$150 no Ano 6 até o fim do problema, tal poderia ser representado no campo de variáveis customizadas da seguinte forma: *Salvado* de \$100 passo inicial 0(zero); *Salvado*

de \$150 passo inicial 51. Cuidado com a correspondência dois passos com o tempo, para este exemplo o Ano1 é composto dos passos de 1 – 10; o Ano2 = 11-20; o Ano3 = 21-30; o Ano4 = 31-40, o Ano5 = 41-50, o Ano6 = 51-60, o Ano7 = 61-70, o Ano8 = 71-80, o Ano9 = 81-90 e o Ano10 = 91-100 (passos). Como observação final, ao se incorporar o passo0 (zero) no Blackout se está indicando que a opção não pode ser exercida imediata.

O Nome de uma Variável Customizada deve ser uma palavra simples e contínua

Option Valuation Audit Sheet									
Assumptions					Intermediate Computations				
PV Asset Value (\$)	\$100.00				Stepping Time (dt)	0.0500			
Implementation Cost (\$)	\$100.00				Up Step Size (up)	1.0226			
Maturity (Years)	5.00				Down Step Size (down)	0.9779			
Risk-free Rate (%)	5.00%				Risk-neutral Probability	0.5504			
Dividends (%)	0.00%				Results				
Volatility (%)	10.00%								
Lattice Steps	100								
Option Type	European								
Terminal Equation									
Intermediate Equation									
Intermediate Equation (Blackouts)									
Underlying Asset Lattice									
									125.06
								122.29	
							119.59		119.59
						116.94		116.94	
					114.36		114.36		114.36
				111.83		111.83		111.83	
			109.36		109.36		109.36		109.36
		106.94		106.94		106.94		106.94	
	104.57		104.57		104.57		104.57		104.57
	102.26		102.26		102.26		102.26		102.26
100.00		100.00		100.00		100.00		100.00	
	97.79		97.79		97.79		97.79		97.79
		95.63		95.63		95.63		95.63	
			93.51		93.51		93.51		93.51
				91.44		91.44		91.44	
					89.42		89.42		89.42
						87.44		87.44	
							85.51		85.51
								83.62	
									81.77
									79.96
Option Valuation Lattice									
									45.33
								42.81	
							40.35		39.96
						37.97		37.58	
					35.66		35.27		34.87
				33.43		33.04		32.64	
			31.27		30.88		30.49		30.09
		29.18		28.80		28.41		28.02	
	27.18		26.79		26.41		26.02		25.64
	25.25		24.87		24.49		24.11		23.73
23.40		23.03		22.65		22.28		21.90	
	21.26		20.90		20.53		20.16		19.79
		19.22		18.86		18.50		18.14	
			17.28		16.93		16.58		16.22
				15.45		15.10		14.76	
					13.71		13.38		13.05
						12.09		11.77	
							10.58		10.27
								9.19	
									8.89
									7.91
									6.74

Figura 5 – SLS Planilha de Auditoria Gerada

Figure 6 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Plain Vanilla American and European Call Options (lower number of steps). Useful for testing convergence.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 10

Passo da Árvore 10 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	23.42	1.30
Forma-Fechada Americana	23.42	3.29
Binomial Européia	23.42	1.30
Binomial Americana	23.42	3.30

Resultado

Opção americana: 23.1905

Opção Européia: 23.1905

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 6 – SLS Resultado de uma Árvore com 10-Passos

1.4 Múltiplos Ativos Super Lattice Solver (MSLS)

O MSLS é uma extensão do SLS de tal forma que o MSLS pode ser usado para resolver opções com mais de um ativo subjacente e com várias fases de decisão. O MSLS permite que o usuário informe múltiplos ativos subjacentes como múltiplas árvores a serem avaliadas. Essas árvores podem ser referidas a variáveis definidas pelo usuário. Alguns exemplos de tipos de opções que podem ser tratadas pelo MSLS incluem:

- Opções Composta Sequencial (opções sequenciais com duas-, três-, e múltiplas-fases)
- Opções Compostas Simultâneas (múltiplos ativos com múltiplas opções simultâneas)
- Opção de Conversão (escolha) ou de Troca (escolha sobre várias opções e ativos subjacentes)
- Opções Floating (escolha entre Calls e Puts)
- Opções em Múltiplos Ativos (modelos de opções 3D binomial)

O software MSLS possui um campo *Maturidade* e *Comentário*. O valor informado em *Maturidade* corresponde ao valor global para a opção inteira, independente da quantidade de ativos subjacentes ou árvores binomiais de avaliação existam. O campo *Comentário* é para uso pessoal, para identificação do problema que se está avaliando. Existe a seção para informar *período de passos de Blackout ou Carência* e, também, a lista de Variáveis Personalizadas, similar ao SLS. O MSLS também permite a criação de Planilha de Auditoria. Observar que a janela do MSLS é ajustável, ou seja, pode clicar nas bordas e ajustar o tamanho da janela.

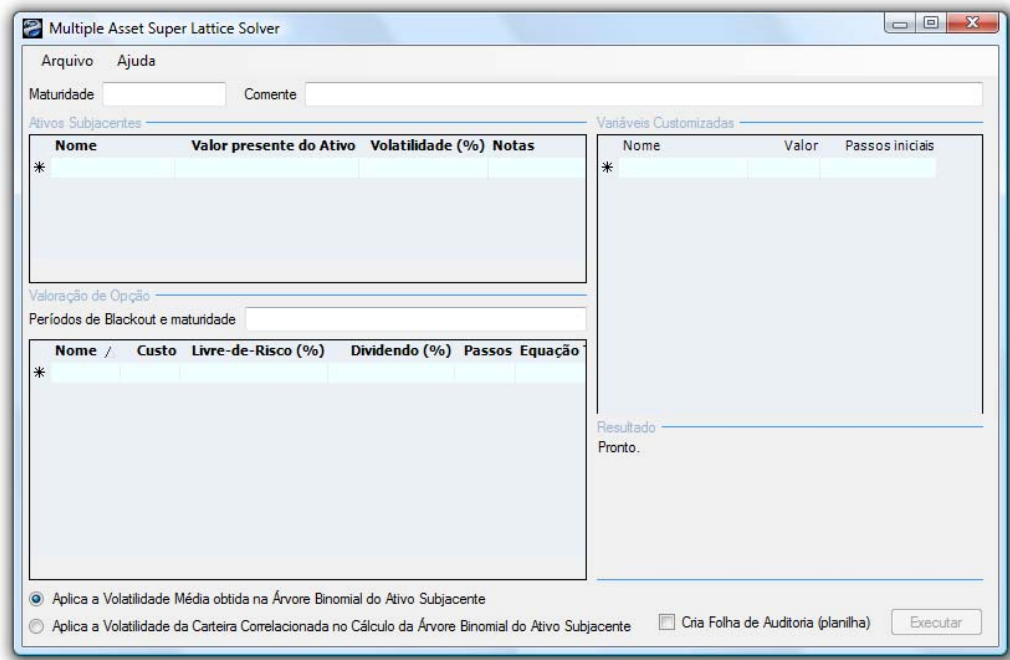


Figura 8 – Múltiplos Ativos no Super Lattice Solver

Para ilustrar o potencial do MSLS, proceda da seguinte forma: Observe o seguinte caminho Iniciar | Todos os Programas | Real Options Valuation | Real Options SLS 5.0 | Real Options SLS 5.0. Na Tela Principal, clique em Novo Modelo de Opção de Múltiplos Ativos, e então selecione: Arquivo | Exemplos | Opção Composta Sequencial em duas Fases Simples. Na Figura 9 é mostrado o exemplo MSLS carregado. Neste exemplo, um ativo subjacente simples é criado com duas fases de avaliação.

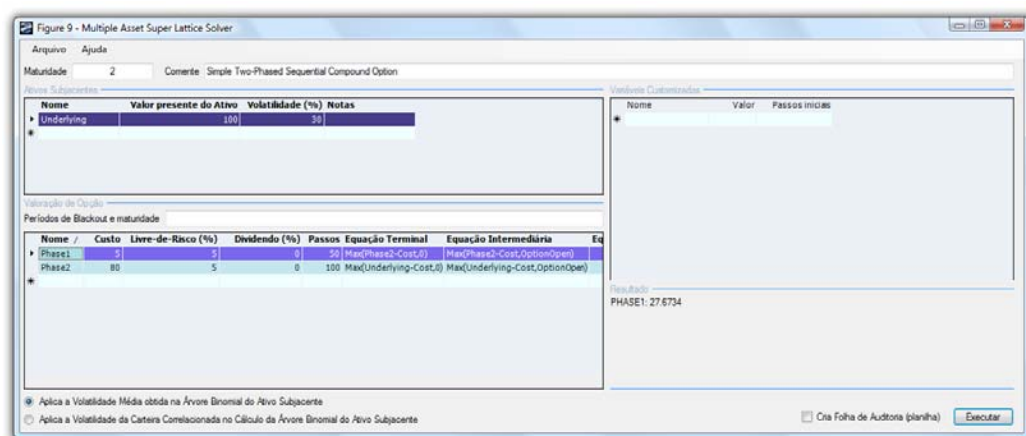


Figura 9 – MSLS Solução de Opção Composta Sequencial em duas fases Simples

A árvore de estratégias para esta opção é apresentada na figura 10. O projeto é executado em duas fases – a primeira fase inclui investimento de \$5 milhões no primeiro ano, enquanto na segunda fase o investimento no ano dois somente ocorre se o primeiro investimento ocorrer e tem um valor de \$80 milhões, ambos representado em moeda em valor presente. O VP do Ativo do projeto tem valor de \$100 milhões (valor presente líquido é de \$15 milhões) e tem uma volatilidade implícita de 30% no seu fluxo de caixa (ver no Apêndice sobre Volatilidade como se calcula a volatilidade implícita). O valor calculado dessa estratégia é de \$27,86 milhões, indicando que o valor da opção é de \$12,67 milhões. Este sobre-ganho indica um valor significativo por se ter optado por manter o investimento em duas fases. Veja a seção sobre opções compostas para mais exemplos sobre esse tipo de solução e a interpretação dos resultados.

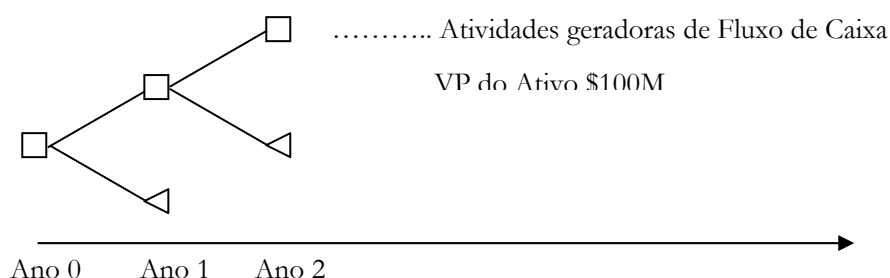


Figura 10 – Árvore de estratégia de uma opção composta sequencial em duas fases

1.5 Multinomial Lattice Solver

O *Multinomial Lattice Solver* (MNLS) é outro módulo do software “Real Options Super Lattice Solver”. No MNLS é possível escolher na seção *Tipo de Árvore* múltiplos modelos de árvores multinomiais – onde múltiplos ramos originam-se de cada nó – tais como *Trinomiais* (três ramos), *Quadrinomiais* (quatro ramos) e *Pentanomiais* (cinco ramos). A Figura 11 ilustra o módulo MNLS. Neste módulo a seção de *Entradas Básicas*, concentra todas as entradas comuns. Existem conjuntos de entradas básicas associadas a cada uma dos quatro modelos de aplicações de árvores multinomiais, que possibilitam diferentes conjuntos de informações adicionais, resultando no cálculo de opções do tipo Americana e Européia. Para seguir este exemplo execute: na *Tela Principal*, escolha *Novo Modelo de Opção Multinomial* e então escolha o exemplo *Opção de Compra Americana Trinomial* (*Arquivo* | *Exemplos* | ...). Ajuste o *dividendo* em 0% e execute.

Figure 11 - Multinomial Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentário American Call Option using a Trinomial Lattice Model

Tipo de Árvore

☒ Trinomial ☐ Reversão à Média Trinomial ☐ Difusão com Saltos Quadrinomial ☐ Arco-íris com dois ativos Pentanomial

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

VP Ativo Subjacente 2 (\$) Taxa de Longo Prazo (%)

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Reversão (%)

Volatilidade (%) 10 Risco de Mercado

Volatilidade 2 (%) Taxa de Salto (%)

Livre-de-risco (%) 5 Intensidade do Salto (.)

Maturidade (anos) 5 Correlação (.)

Passos da Árvore 50 * Todos os dados são com taxas anualizadas

Passos durante Blackout ou período de carência

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação no Nó terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost,0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da expiração)

Max(Asset-Cost,OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações Nó Intermediários (Período de Blackout e carência)

Exemplo: OptionOpen

Resultado

Árvore Trinomial: 23.3975

Executar

Figura 11 – Multinomial Lattice Solver

A Figura 11 mostra um exemplo do cálculo de uma opção de compra e uma opção de venda utilizando árvores trinomiais. Observe que o resultado obtido com 50 passos é equivalente ao obtido na Figura 2 com 100 passos numa árvore binomial. De fato, as árvores trinomiais e outras obtêm valores idênticos no limite, mas a convergência dessas se dá muito antes da binomial, embora ao um maior custo computacional o que leva, na prática, ao uso da árvore binomial. Com recursos atuais e com o software SLS a diferença de tempo não se torna tão relevante. Contudo, o uso de árvore trinomial é imperativo quando se deseja resolver opções com ativos com comportamento de processos com reversão à média.

Usando a mesma lógica, modelos de árvore quadrinomiais e pentanomial levam ao mesmo resultado da binomial, sendo, contudo especificamente empregadas para solução de problemas com diferentes limitações, a saber:

- Trinomiais: Resultados idênticos que as binomiais e são mais adequadas para solução de opções com ativos subjacentes com comportamento de processos com reversão à média.
- Quadrinomiais: Os resultados são idênticos aos obtidos em árvores binomiais, mas são mais adequados para solução de opções cujos ativos subjacentes têm processos de difusão com saltos.
- Pentanomial: Os resultados são idênticos aos das binomiais embora sejam mais adequados para resolver opções com dois ativos subjacentes combinados, chamadas de opções arco-íris (p.ex., preço e quantidade são multiplicados para se obter a receita, contudo os preços e as quantidades podem ser governadas por processos estocásticos diferentes, com volatilidade diferentes embora ambos possam ser correlacionados).

Ver as seções de Reversão à Média, Difusão com Salto e Opções Arco-Íris para mais detalhes, exemplos e interpretação de resultados. Adicionalmente, é possível customizar esses exemplos com seus próprios parâmetros e variáveis.

1.6 SLS Desenvolvedor de Árvore Binomial (Lattice)

O módulo Desenvolvedor de Árvore Binomial (*Lattice*) é capaz de gerar árvores binomiais e árvores de decisão com fórmulas visíveis na planilha Excel (compatível com as versões Excel XP, 2003 e 2007). A figura 12 ilustra um exemplo de opção gerada utilizando este módulo. Essa ilustração apresenta as *Entradas* utilizadas (o acesso a este módulo é feito através da Tela Principal, na opção Cria uma Árvore) e os resultados em forma de árvore. Observar que as equações mostradas são vinculadas às células da planilha, ou seja, esta planilha poderá ser utilizada para simulação Monte Carlo ou associada a outras planilhas e modelos. Os resultados também podem ser utilizados como uma ferramenta de aprendizagem para se desvendar a maneira como as Árvore trabalham na solução dos cálculos. Em último lugar, mas não menos importante, é observar que o software fornece a árvore de decisão com a indicação do momento ótimo e tipo de cada decisão a ser tomada. Os resultados gerados a partir desse módulo são idênticos aos obtidos com os modelos desenvolvidos em SLS e Funções Excel embora tenham a vantagem adicional da visibilidade da árvore (árvores até 200 passos podem ser geradas com uso desse módulo).

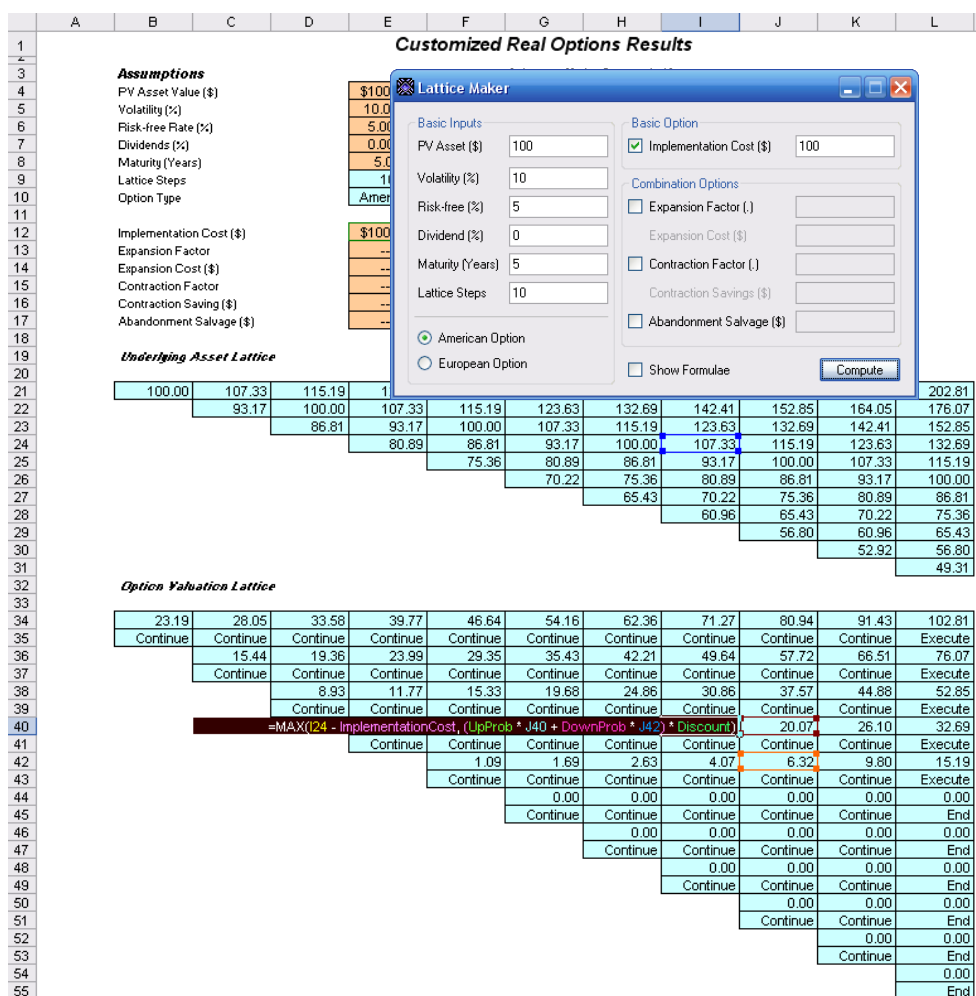


Figura 12 – Módulo Desenvolvedor de Árvore do Ativo e Planilha com Resultados e Equações

1.7 SLS Soluções Excel (SLS, MSLS e Volatilidades ajustadas em Excel)

O software SLS também permite a criação de seus próprios modelos utilizando funções sob medida. Esta é uma importante funcionalidade uma vez que muitos modelos necessitam estar associados a planilhas, bases de dados e executarem determinadas funções e macros em Excel ou a utilização de certos dados obtidos para execução de simulações bem como o uso de dados que variam ao longo do tempo. Esta compatibilidade com Excel permite uma flexibilidade necessária para realizar inovações no uso do ambiente Excel, especialmente através dos exemplos desenvolvidos em SLS, MSLS e modelos com Volatilidade variável.

Para ilustrar é apresentada na Figura 13 uma opção de Abandono Customizada cuja solução foi obtida com uso do SLS. Para acessar esta solução percorra o seguinte caminho e execute o exemplo: na opção *Módulo Ativo Simples*, em *Arquivo | Exemplos | Opção de Abandono Customizada*. O mesmo problema poderá ser resolvido em: *SLS Soluções Excel* no caminho *Iniciar | Todos os Programas | Real Options Valuation | Real Options SLS 5.0 | Excel Solution*. O exemplo dessa solução é apresentado na Figura 14. Observe que são obtidos os mesmos resultados utilizando o módulo SLS. Você poderá salvar este exemplo da seguinte forma: *Arquivo | Salvar Como* em Excel e usar o novo arquivo na modelagem de suas necessidades.

A única diferença na configuração do problema é que em *Soluções Excel* a função (veja célula B18 na Figura 14) tem uma entrada adicional que especifica o *Tipo de Opção* (0= opção tipo Americana; 1= opção tipo Européia, 2= opção tipo Bermuda e 3= opção Customizada).

Figure 13 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Bermudan Abandonment Option with changing salvage values over time

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 120 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 90 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-10

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Salvage)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Salvage, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

OptionOpen

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Salvage	90	0
Salvage	95	21
Salvage	100	41
Salvage	105	61
Salvage	110	81

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	54.39	4.48
Forma-Fechada Americana	54.39	5.36
Binomial Européia	54.39	4.48
Binomial Americana	54.39	5.44

Resultado

Opção personalizada: 130.3154

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 13 – Opção de Abandono Customizada usando SLS

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4		SUPER LATTICE SOLVER (SINGLE ASSET)		
5				
6		Option Type (Tipo de Opção)	1	PORTUGUESE
7		PV Underlying Asset (VP do Ativo Subjacente)	\$122.00	
8		Annualized Volatility (Volatilidade Anualizada)	25.00%	
9		Maturity in Years (Maturidade em Anos)	5.00	
10		Implementation Cost (Custo de Implementação)	\$0.00	
11		Risk-Free Rate (Taxa Livre-de-Risco)	5.00%	
12		Dividend Rate (Taxa de Dividendo)	0.00%	
13		Lattice Steps (Passos da Árvore)	100	
14		Terminal Equation (Equação Terminal)	MAX(Asset; Salvage)	
15		Intermediate Equation (Equação Intermediária)	MAX(Salvage; @@)	
16		Intermediate Blackout Equation (Equação Período Blackout)	@@	
17		Blackout Steps (Passo em Blackout)	0-90	
18				
19				
20				
21		Custom Variables List (Lista de Variáveis Customizadas)		
22				
23		Variable Name (Nome da Variável)	Value (Valor)	Starting Steps (Início dos Passos)
24		Salvage	90.00	0
25		Salvage	95.00	21
26		Salvage	100.00	41
27		Salvage	105.00	61
28		Salvage	110.00	81
29				
30				
31				
32				
33				
34				
35		Super Lattice Solver Result (Resultado)		\$130.9207
36		Nota: Esta é a versão em Excel do 'Super Lattice Solver', ela é útil quando se quer realizar simulações ou quando se vinculam resultados para ou de outras planilhas. Use esta planilha exemplo para seus modelos. Contudo deve salvar com outro nome antes de fazer suas modificações. Para especificar o tipo de opção, utiliza os seguintes valores em (Tipo de Opção): 0 = Americana, 1 = Européia, 2 = Bermuda, 3 = Customizada. O padrão usado para solução é SLSSingleAsset		
37				
38				
39				

Figura 14 – Opção de Abandono usando SLS Soluções Excel

De modo similar, o MSLS também pode ser resolvido com a utilização do módulo: **Soluções Excel** (SLS Excel Solver). A Figura 15 apresenta uma opção composta sequencial complexa com múltiplas fases resolvida através do uso do SLS Excel Solver. Os resultados apresentados nesse exemplo são idênticos aos gerados pelo módulo MSLS (exemplo obtido no arquivo: *Opções Compostas Sequenciais Múltiplas Fases Complexa*). Uma pequena nota de atenção neste caso é que, na hipótese de se alterar o número de *Árvores de Valoração da Opção* (OVLattice) é necessário alterar as referências das funções do MSLS de modo a incorporar o número corretos de linhas. Por exemplo, o exercício mostra 3(três) árvores (uma para cada fase) e pela seleção da célula do *Resultado MSLS* (H5) na planilha e clicando *Incluir | Funções*, observa-se que a função referida às células (A24:H26) refere-se às três árvores definidas na região de entrada para a Árvores de Valoração de Opção (OVLattice). Caso seja adicionada alguma fase nessa região é necessário alterar as referências. Contudo caso seja retirada a fase não há necessidade de atualização um vê que a função não usará os dados que ali permanecerão.

Finalmente, a Figura 16 mostra uma opção com Volatilidade e Taxa Livre de Risco variando ao longo do tempo. Neste modelo é permitido que tanto a volatilidade quanto a taxa livre de risco variem ao longo do tempo e dessa forma é necessário o uso de uma árvore não recombinante para a solução da opção. Na maioria dos casos é recomendado que se crie modelos sem o uso de uma estrutura variável de volatilidade. Se houver necessidade de se modelar diferentes volatilidades devido a incerteza nesse parâmetro, execute uma simulação Monte Carlo indicando a variável volatilidade com incerteza. O modelo representado na Figura 16 deve apenas ser utilizado quando a variável volatilidade é modelada de forma robusta e sua alteração no tempo é certa. O mesmo tipo de cuidado deve ser tomado pra o tratamento da variável Taxa Livre de Risco.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											

CHANGING RISK-FREE AND VOLATILITY MODEL

PORTUGUESE

Assumptions (Premissas)

PV Underlying Asset (VP do Ativo Subjacente)	\$100.00
Implementation Cost (Custo de Implementação)	\$100.00
Maturity in Years (Maturidade em Anos)	10.00
Vesting in Years (Período de Amortização em Anos)	4.00
Dividend Rate (Taxa de Dividendo)	0.00%

Year (Anos)	Risk-Free Rate (Taxa)	Year (Anos)	Volatility %
1.00	5.00%	1.00	20.00%
2.00	5.00%	2.00	20.00%
3.00	5.00%	3.00	20.00%
4.00	5.00%	4.00	20.00%
5.00	5.00%	5.00	20.00%
6.00	5.00%	6.00	30.00%
7.00	5.00%	7.00	30.00%
8.00	5.00%	8.00	30.00%
9.00	5.00%	9.00	30.00%
10.00	5.00%	10.00	30.00%

Results (Resultados)

Generalized Black-Scholes (Black-Scholes Generalizado)	\$48.7844
Super Lattice Result (Resultados do Super Lattice)	\$49.1470
Super Lattice Steps (Passos do Super Lattice)	10

Figura 16 – Opção com Volatilidade Variável e Taxa Livre de Risco Variável

1.8 Funções SLS

O software também disponibiliza uma série de funções diretamente acessíveis em planilha Excel. Para ilustrar, inicie a Funções Excel ([Iniciar](#)|[Todos os Programas](#)|[Real Options Valuation](#)|[Real Options SLS 5.0](#)|[Funções SLS](#)) e o programa Excel irá iniciar. Quando a planilha Excel estiver disponível selecione uma célula vazia e clique em [Inserir](#)|[Funções](#), na janela de ajuda do Excel selecione El *TODAS* categorias e role para baixo até encontrar as funções com prefixo SLS. A partir de então poderá ter acesso a uma lista de funções prontas para uso no Excel. A Figura 17 mostra uma parte dessa lista.

Inicie o modulo de Funções do Excel e selecione **TODAS** as categorias e role até iniciar funções com prefixo SLS.

Talvez haja necessidade de se redefinir o nível de segurança de Macros (Excel/Ferramentas/Macro/Segurança) na categoria Média ou menor.

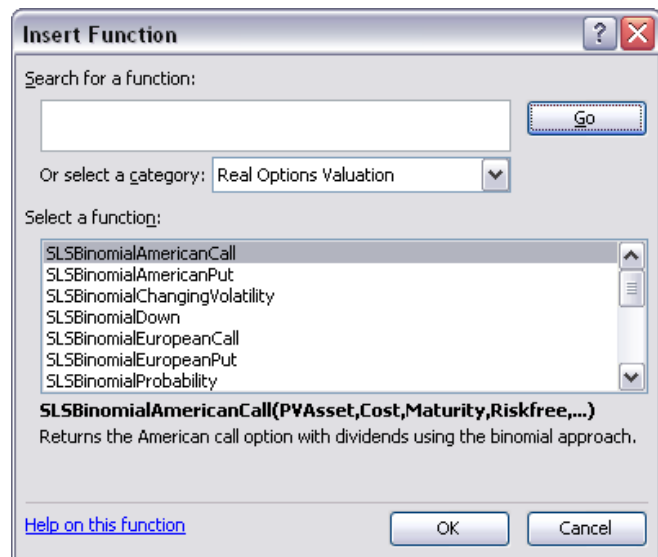
Suponha que se tenha selecionado a primeira função, [SLSBinomialAmericanCall](#) e clique em OK. A Figura 17 mostra como uma função pode ser associada a um modelo em Excel. Os valores nas células B1 a B7 podem ser associados a outros modelos ou

planilhas ou podem ser criados utilizando-se macros em VBA, podem ser dinâmicas ou alteradas durante uma simulação.

Isto conclui uma rápida visão e um tour no software. Você agora está preparado para usar o software SLS na construção e solução de problemas de Opção, sejam Opções Financeiras, sejam Opções Reais, sejam EVO - Opções de Ações para Empregados. Essas aplicações serão apresentadas com mais detalhes nas seções seguintes. Entretanto, é altamente recomendado que você faça uma revisão nos livros escritos por Dr. Johnathan Mun, principalmente no livro: *“Real Options Analysis: Tools and Techniques, Second Edition,”* (Wiley, 2006) para detalhes sobre a teoria e aplicações com Opções Reais.

Nota: Fique atento que certas funções requerem um grande número de variáveis de entrada e o a janela de funções somente apresenta cinco variáveis de cada vez. Desta forma, lembre-se de rolar para baixo para esgotar toda a possibilidade de entrada para a função.

Por outro lado, se você é um usuário estreante em Opções Reais SLS 5.0 ou tenha feito uma atualização de versão anterior, gaste algum tempo lendo a próxima seção de Dicas Iniciais e Notas Chave para se familiarizar com as notações e nuanças do software.



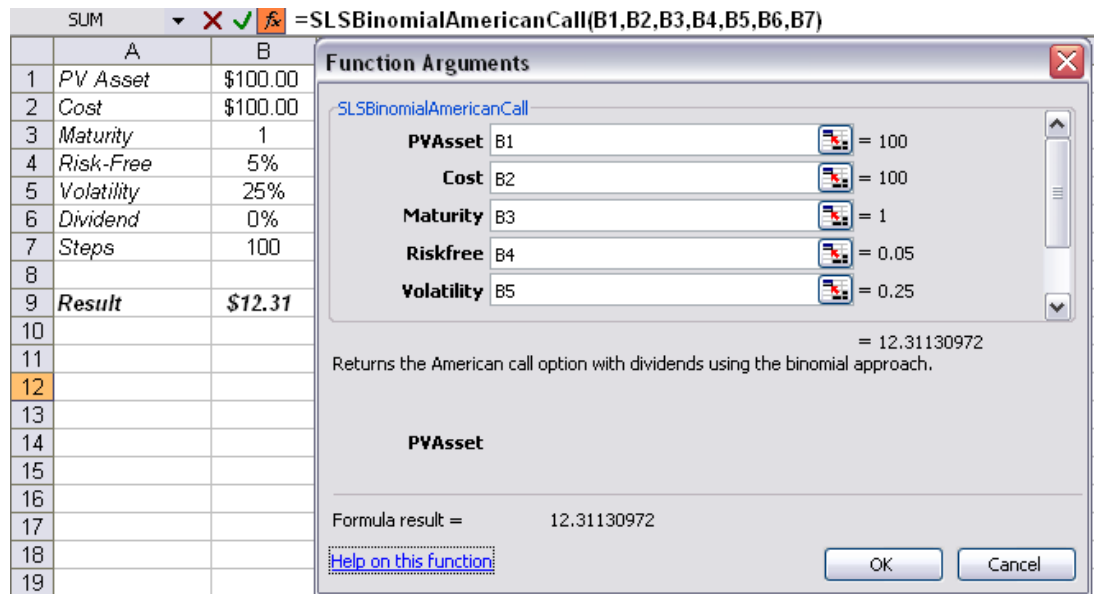


Figura 17 – Janela de Apoio das Funções Excel

1.9 Valoração de Opções Financeiras Exóticas

O módulo de Valoração de Opções Financeiras Exóticas é um calculador abrangente de mais de 250 funções e modelos, desde opções básicas até opções exóticas (p.ex., desde Black-Scholes, Árvores Multinomial até soluções fechadas de equações diferenciais e métodos analíticos para valoração de opções exóticas, bem como outras opções relacionadas a modelos como opções sobre títulos de dívida, cálculo de volatilidade, Delta-Gama Hedging, e muitos outros). A figura 18 ilustra a janela do Valorador de Opções. Você poderá clicar em [Carregar Exemplo](#) para visualizar alguns exemplos pré-estabelecidos para iniciar no aprendizado dessa ferramenta. Então selecione o exemplo que deseja acompanhar. Clique em [Calcular](#) (*Compute*) para obter o resultado. Observar que esta ferramenta complementa outros dois módulos não disponíveis no pacote SLS, chamados de ROV Risk Modeler e ROV Valuator, que avaliam mais de 800 funções e modelos, ambos desenvolvidos por Real Options Valuation, Inc.. Os módulos ROV são capazes de rodar de forma extremamente rápida manipulando um grande arquivo de dados em banco de dados do tipo ODBC (p.ex., Oracle, SAP, Access, Excel, CSV e muitos outros). Finalmente, caso deseja acessar essas 800 funções (incluindo as disponíveis neste módulo de Avaliação de Opções), favor utilizar o Toolkit ROV Modeling, onde você poderá acessar essas funções e mais, rodar uma simulação Monte Carlo nos seus modelos usando o software de simulação do ROV.

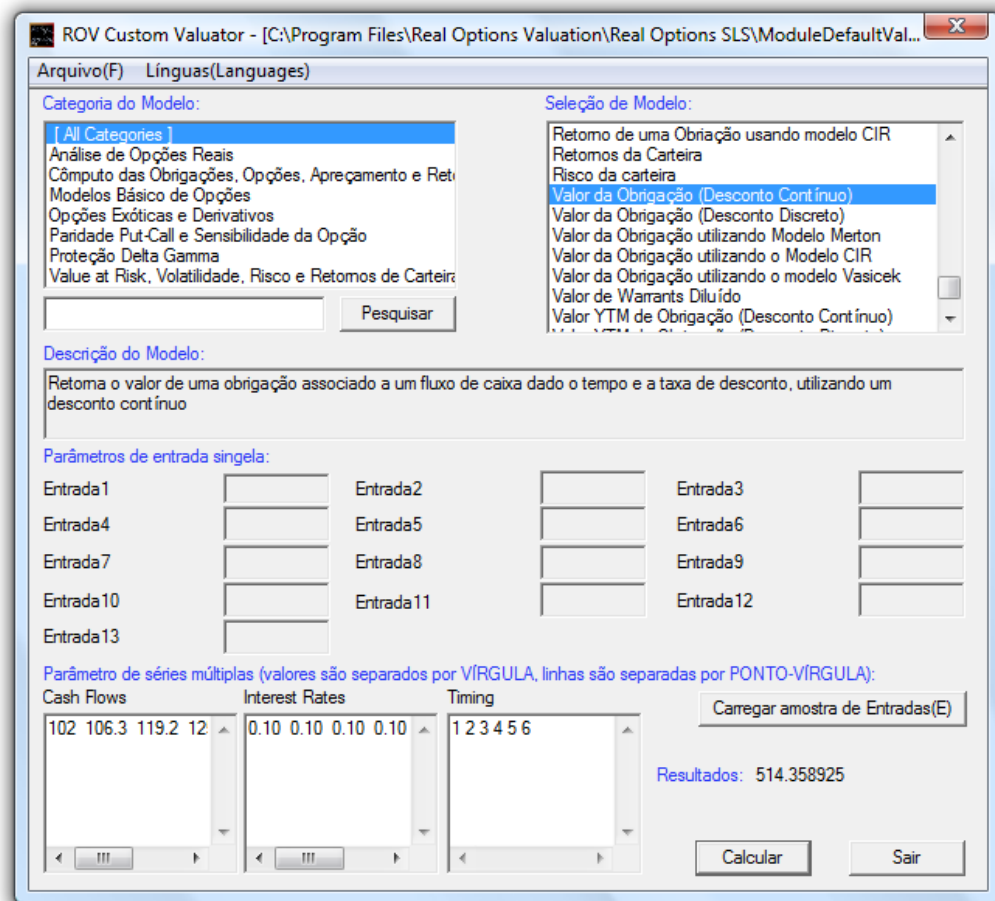


Figura 18 – Avaliador de Opções Exóticas Financeiras

1.10 Gráfico de Payoff, Análises com gráfico Tornado, Sensibilidade, Monte Carlo Simulação e árvore de Estratégia

O modulo principal SLS (Ativo Simples) também vem com gráficos de payoff, tabela de sensibilidade, análise de cenário e análise de convergência (Figura 18A). Para habilitar essas análises, inicialmente crie um novo modelo ou abra um que já tenha sido salvo (p.ex., no caminho *Opcoes SLS*, clique em *Arquivo, Exemplos* e selecione *Opção Compra Plain Vanilla 1* e acione o botão *Executar* para que o valor seja calculado e então clique em qualquer uma das Abas). Para possibilitar o uso dessas ferramentas é necessário que exista inicialmente um modelo definido na aba *Opções SLS*. De modo resumido, os próximos parágrafos explicarão esses recursos e como eles estão relacionados nos controles correspondentes indicados na Figura 18A:

Gráfico do Payoff:

A Aba *Gráfico Payoff (A)* permite que se gere um gráfico típico do payoff de uma opção onde é possível escolher a variável de entrada para visualização no Gráfico *(B)*, indicando os valores mínimo e máximo *(C)* a ser visualizado bem como o tamanho dos

passos (p.ex., informando um mínimo de 20 e um máximo de 200 com 10 passos significa que a análise será realizada para valores 20, 30, 40, ..., 180, 190, 200) e passos da árvore (quanto menor o número de passos mais rápido é a execução embora menos preciso o resultado – veja a discussão sobre a convergência para mais detalhes). Clique em atualização do Atualize Gráfico (D) para obter um novo gráfico de payoff (E) a cada instante. O padrão é mostrar o gráfico como uma Linha (F), mas é possível alterar para Área, Barras e o conjunto de Barras e Tabela podem ser copiados e colados em outras aplicações ou impresso como indicado nos botões em (G). Caso não seja informado valores mínimo e máximo o programa utilizará valores default como a indicação do VP do Ativo Subjacente como entrada (input) e um gráfico típico de payoff será gerado. Finalmente será emitido um aviso caso nos dados originais da entrada contenha valor zero, solicitando informar manualmente um valor mínimo e máximo além do tamanho dos passos de modo a se gerar um gráfico de payoff.

Análise de Sensibilidade e Tornado:

A Aba da Análise de *Sensibilidade* (H) roda uma análise estática da sensibilidade de cada variável de entrada do modelo uma de cada vez e lista as variáveis de entrada conforme o seu impacto (do maior para o menor) de modo a possibilitar o controle do tipo de opção, tamanho dos passos e sensibilidade (%) para teste (I) e o resultado será exibido na forma de um gráfico tornado (J) e a análise de sensibilidade na forma de tabela (K). Análise Tornado captura o impacto estático de cada variável de entrada em relação o valor (outcome) da opção. Cada variável de entrada é perturbada por um valor $\pm\%$ predefinido e se captura a flutuação do resultado do valor da opção, listando as variáveis de entrada do maior para o menor impacto. O resultado também é mostrado em forma de tabela de sensibilidade onde são apresentados os valores tomados como referência (base case value) o resultado da opção nas variações para cima (upside) e para baixo (downside). As variáveis precedentes são apresentadas do maior para o menor impacto. O tornado apresenta isso de uma forma gráfica. As barras coloridas de verde representam que o efeito é positivo enquanto as barras vermelhas indicam um efeito negativo no valor da opção. Por exemplo, o Custo de Implantação com a barra vermelha indica um efeito negativo do custo de investimento – em outras palavras, para uma opção Call simples, o custo de implantação (ou valor de exercício da opção) e o valor da opção são negativamente correlacionados. De maneira inversa é verdade para o VP do Ativo Subjacente (preço da ação) quando a barra verde está no lado direito do gráfico, indicando uma correlação positiva entre a entrada e a saída.

Análise de Cenário:

A Aba de Análise de *Cenário* realiza um cenário bidimensional de duas variáveis de entrada (ou parâmetros da opção) (L) baseado no tamanho do passo escolhido para a árvore (M) e retorna uma tabela com análise de cenário (N) com a combinação das diversas variáveis (parâmetros) de entrada.

Análise de Convergência nos Passos da Árvore Binomial:

A Aba de *Convergência* mostra o resultado da variação da quantidade de passos da árvore de 5 a 5000 passos, onde quanto maior o número de passos maior a precisão (a granularidade da árvore cresce), de modo que em algum ponto o resultado da árvore converge de forma que não é necessário mais nenhum passo adicional para o resultado. O número de passos é informado como padrão de 5 a 5000, mas pode ser alterado bem como o número de decimais a serem exibidos (O). É apresentado um gráfico de

ROV Strategy Tree (Árvore de Estratégia)

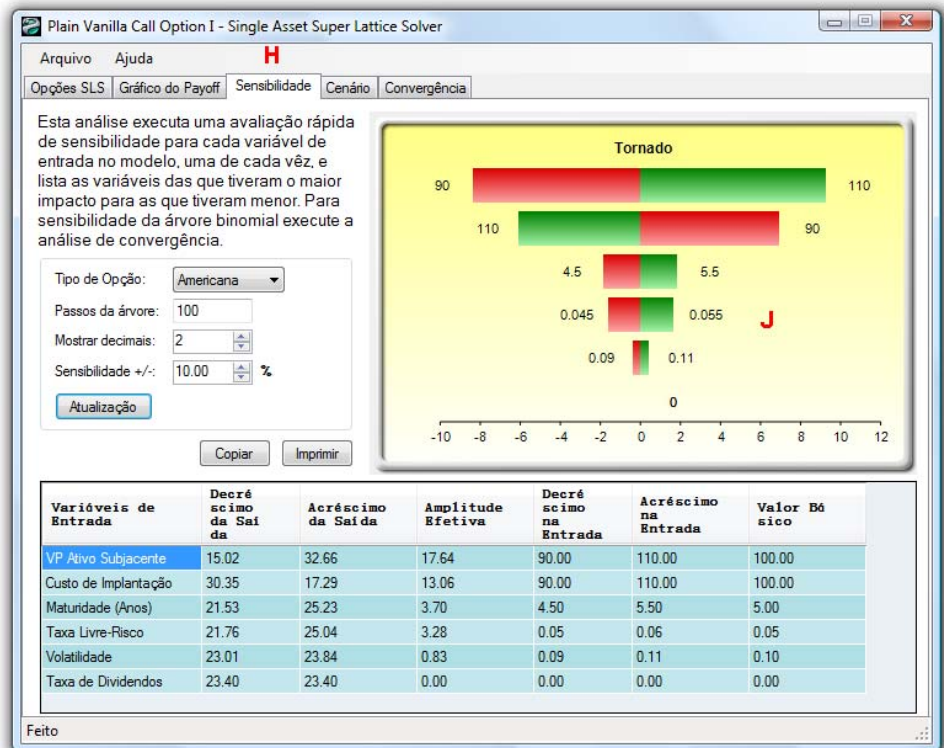
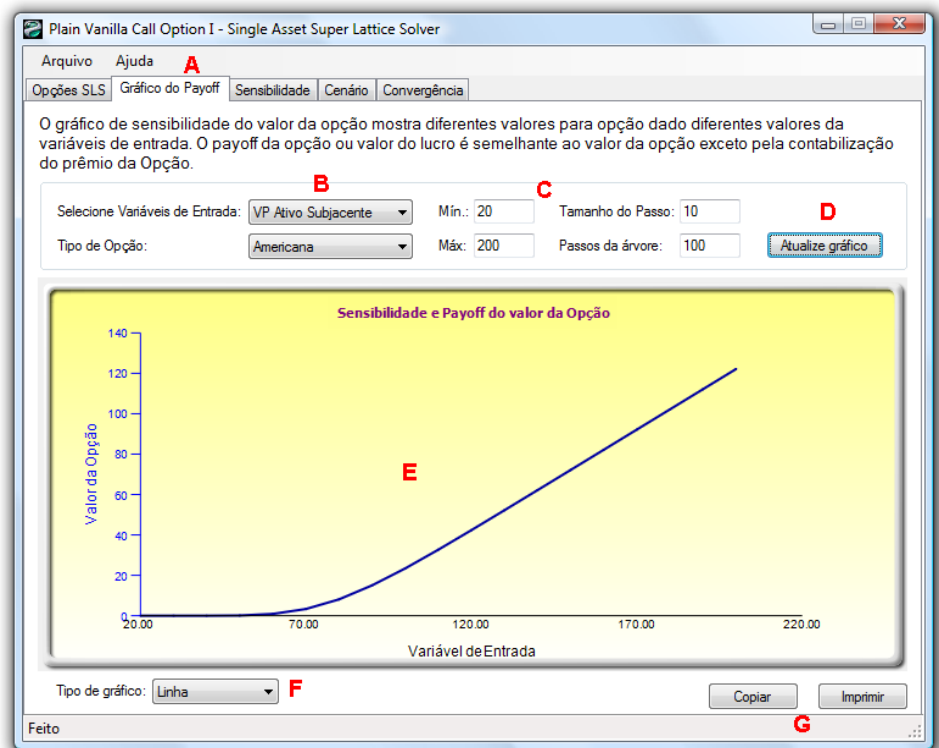
Convergência (Q) dependendo da escolha feita e também pode ser copiado ou impresso uma tabela juntamente com o gráfico, conforme desejado (P).

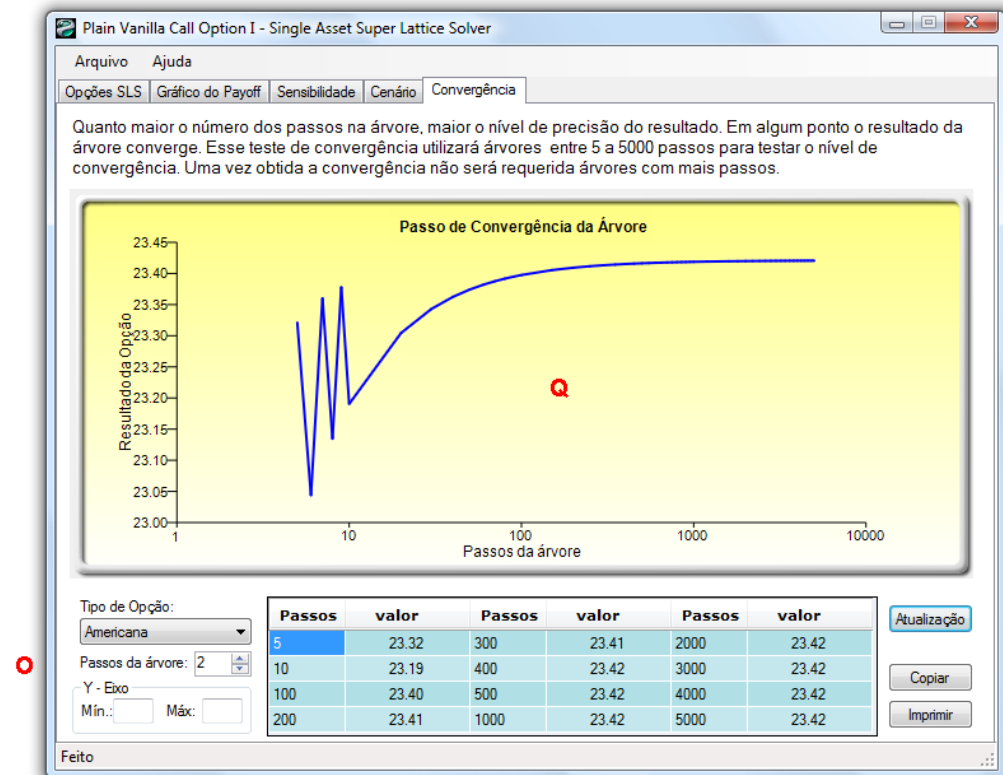
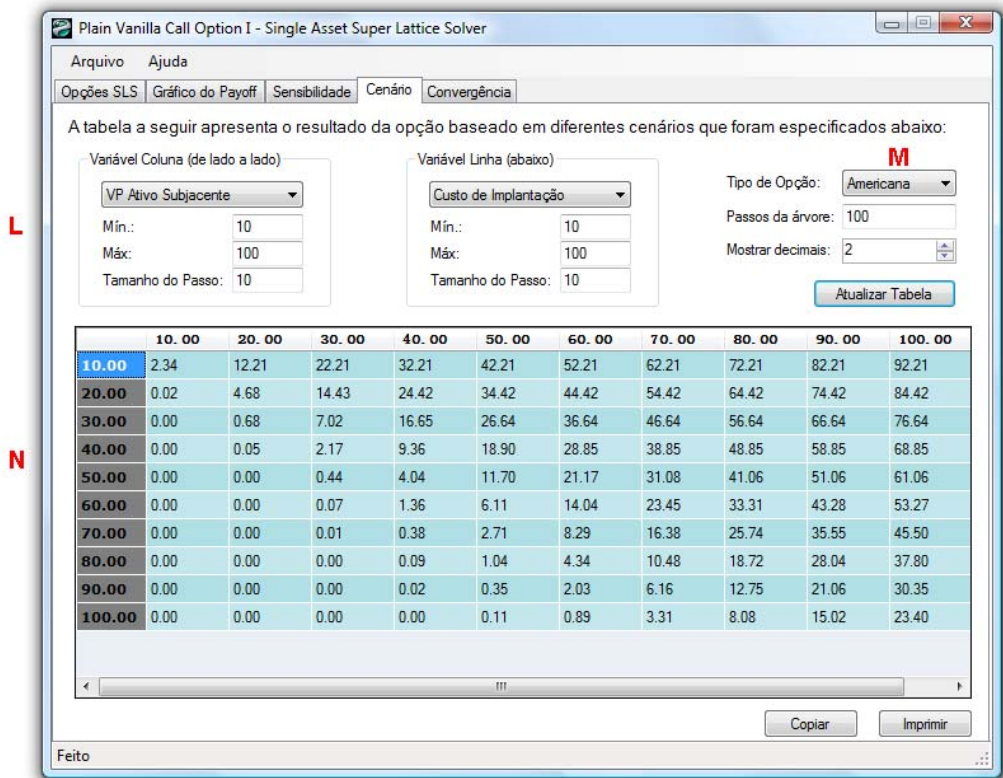
ROV Strategy Tree (Árvore de Estratégia) é um módulo fácil de usar, para a criação de apresentações de opções reais estratégicas, numa forma visualmente atraente. Este módulo é usado para simplificar o desenho e criação de árvores de estratégias, mas não é usado para a modelagem de avaliação de opções reais (usar o SLS real Opções de módulos de software para fins de modelagem real).

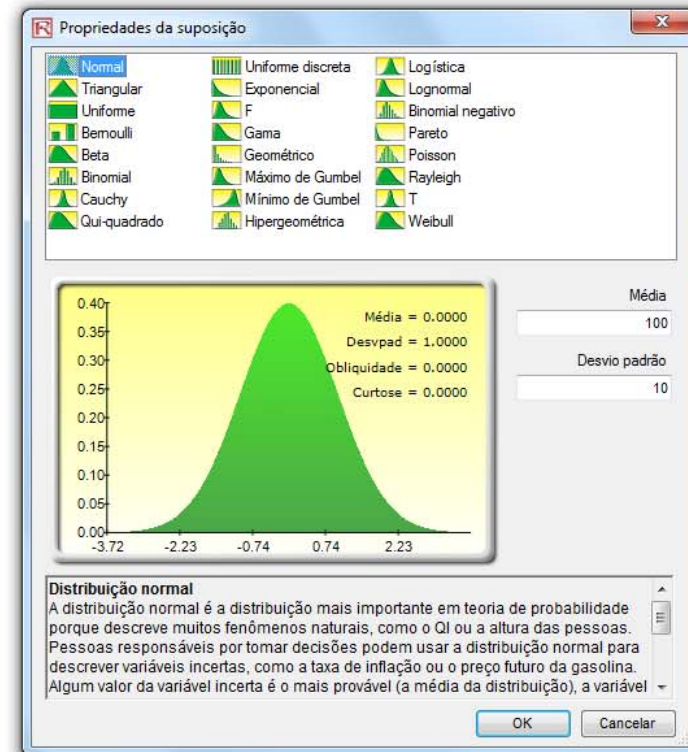
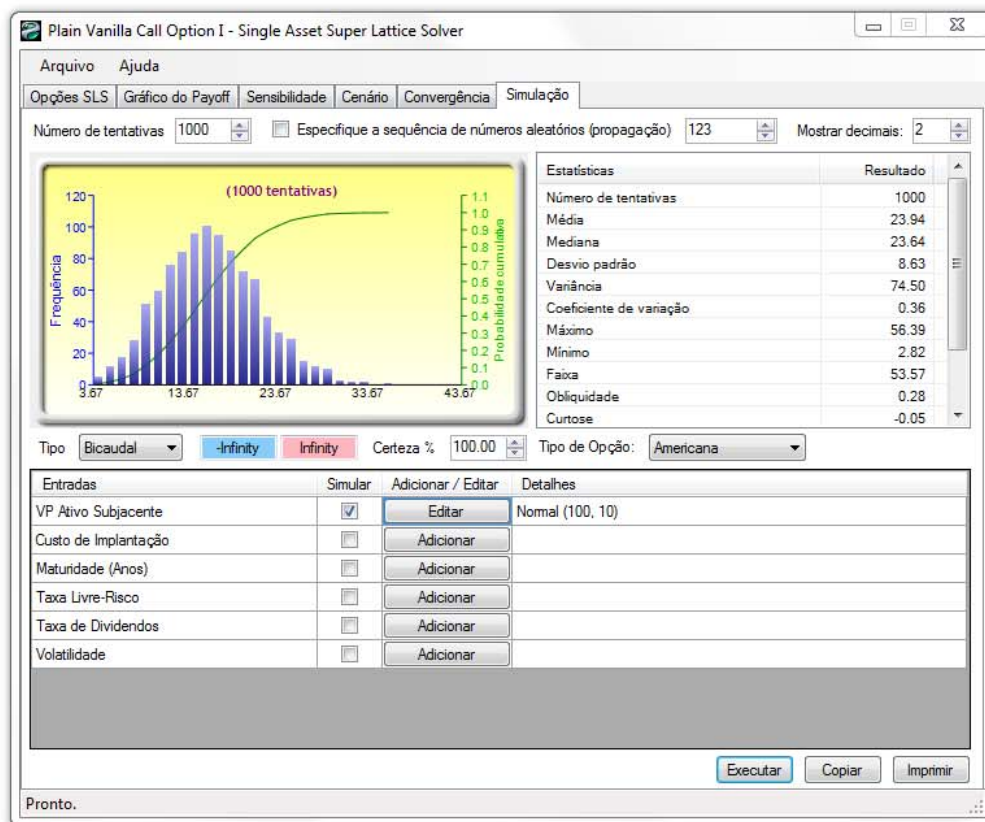
A seguir, estão alguns das principais dicas rápidas e procedimentos para a utilização intuitiva dessas ferramentas:

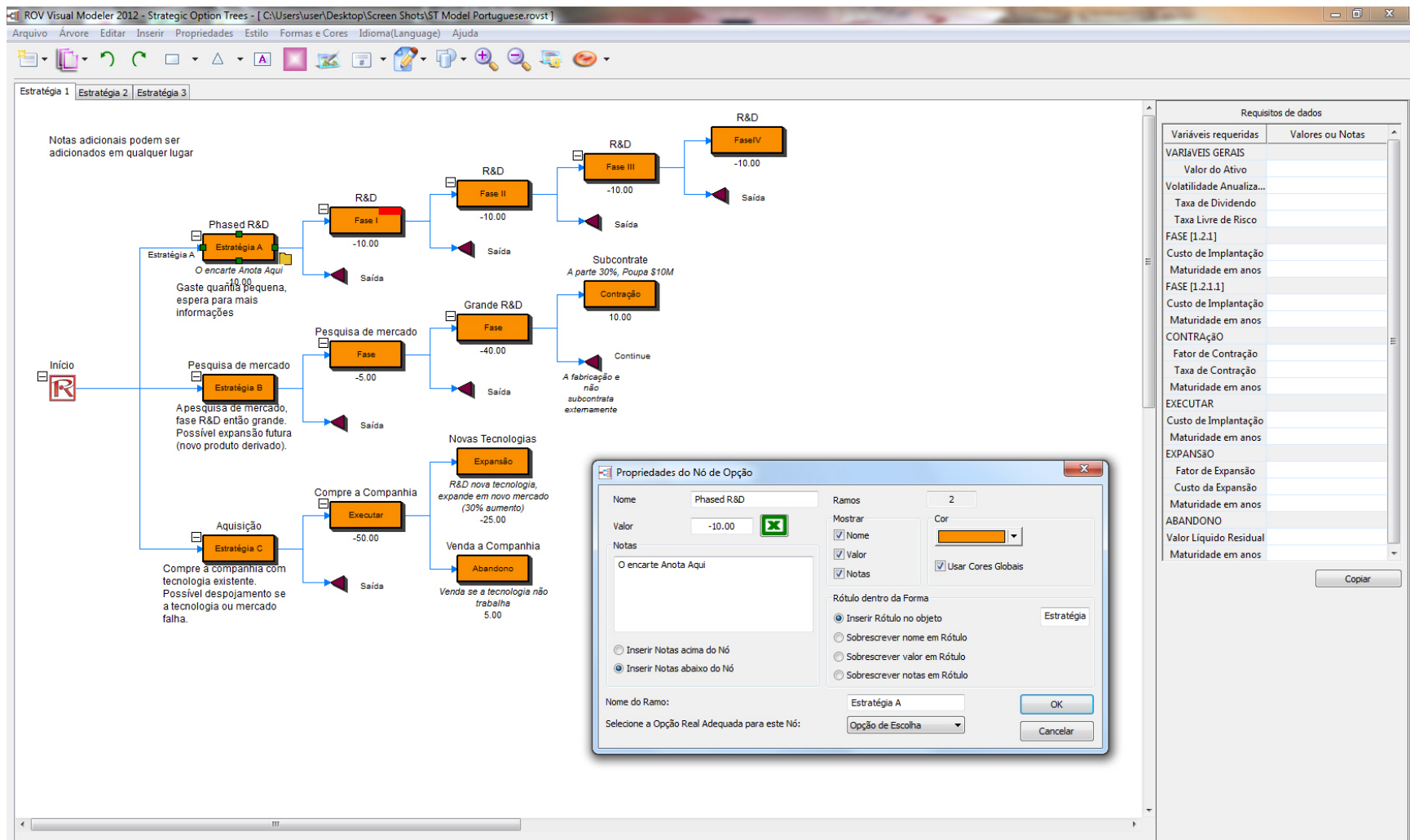
- Existem 11 idiomas disponíveis neste módulo e o idioma atual pode ser alterado através do menu Idiomas.
- Inserir ou Inserir nó de Opção ou nó Terminal, selecionando primeiro qualquer nó existente e, em seguida, clicando no ícone nó de Opção (quadrado) ou no ícone do nó Terminal (triângulo), ou usar as funções do menu Inserir.
- Modificar individualmente as propriedades do Nó de Opção ou do Nó Terminal, clicando duas vezes em um nó. Às vezes, quando você clica em um nó, todos os nós filhos subsequentes também são selecionados (isso permite que você mova toda a árvore a partir daquele nó selecionado). Se você deseja selecionar apenas um nó, você pode ter que clicar sobre o fundo branco e clicar novamente no nó para selecioná-lo individualmente. Além disso, você pode mover os nós individuais ou toda a árvore que começou a partir do nó selecionado, dependendo da configuração atual (botão direito do mouse, ou no menu Editar e selecione Mover nós individualmente ou Mover Juntos nós).
- A seguir são apresentadas algumas descrições rápidas das coisas que podem ser personalizadas e configuradas na interface do usuário das propriedades do nó. É mais simples para testar diferentes configurações para cada um dos seguintes para ver seus efeitos na Árvore de Estratégia:
 - Nome. Nome acima do nó.
 - Valor. Valor a ser mostrado abaixo do nó.
 - Concatenar com Excel. Liga o valor à uma célula da planilha Excel.
 - Notas. Notas podem ser inseridas acima ou abaixo do nó.
 - Mostrar no Modelo. Mostrar qualquer combinação de Nome, Valor e Notas.
 - Cor Local versus Cor Global. As cores dos nós podem ser trocadas localmente ou globalmente.
 - Rótulo dentro da Forma. O texto pode ser colocado dentro do nó (você pode precisar fazer o nó maior para acomodar mais texto).
 - Nome Ramo do Evento. O texto pode ser colocado sobre o ramo que conduz ao nó, para indicar o principal evento para este nó.

- Selecione Opções Reais. Um tipo de opção real específica pode ser atribuído ao nó atual. Atribuindo opções reais para nós permite que a ferramenta gere uma lista de variáveis de entradas necessárias.
- Os Elementos Globais são todos personalizáveis, incluindo elementos de fundo da Árvore Estratégia, Linhas de conexão, nós de Opção, nós terminais e caixas de texto. Por exemplo, as seguintes configurações podem ser alteradas para cada um dos elementos:
 - Propriedades da Fonte (nome, valor, notas, rótulo, e nomes do evento).
 - Tamanho do Nó
 - Margens (estilo de linha, grossura e cor)
 - Sombra (cores e tudo onde puder ser aplicada sombra)
 - Cor Global
 - Forma Global
- O comando Requisitos de Dados para a Modelagem, no menu Editar, abre uma janela ancorada no lado direito da Árvore de Estratégia de tal forma, que quando um nó de Opção ou nodo Terminal for selecionado e qualificado, as propriedades desse nó serão exibidas e podem ser atualizadas diretamente. Este recurso fornece uma alternativa ao duplo-clique em um nó de cada vez.
- Arquivos de exemplo estão disponíveis no menu Arquivo, para ajudar a você começar a construir Árvores de Estratégia.
- O item Proteger Arquivo no menu Arquivo, permite que a Árvore de Estratégia seja criptografada, gerando uma senha criptografada com até 256 bits. Tenha cuidado quando um arquivo está sendo codificado, porque se a senha for perdida, o arquivo não mais poderá ser aberto.
- Capturar tela ou imprimir o modelo existente pode ser feito através do menu Arquivo. A capturada de tela pode então ser colada em outros software aplicativos.
- Adicionar, Duplicar, Renomear e Excluir uma Árvore de Estratégia pode ser realizada através de botão direito do mouse na guia Árvore de Estratégia ou no menu Editar.
- Você pode Mudar Estilos Existentes, ou Gerenciar e Criar Estilos Personalizados de sua Árvore de Estratégia (o que inclui tamanho, forma, esquemas de cores e tamanho da fonte / cor das especificações da Árvore de Estratégia inteira).









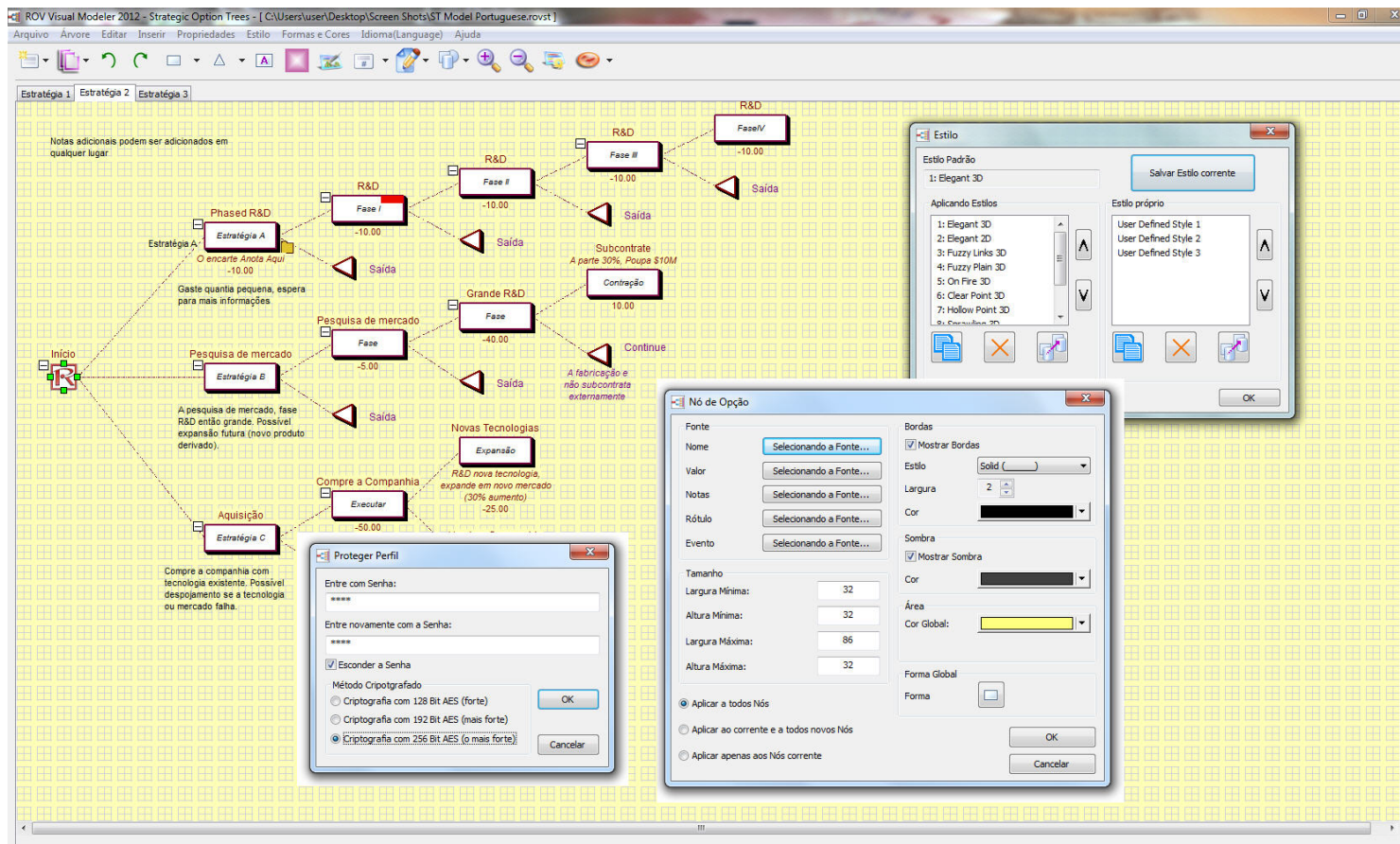


Figura 18A – Gráfico de Payoff, Análises com gráfico Tornado, Sensibilidade, Monte Carlo Simulação e árvore de Estratégia

1.11 Notas e Dicas do SLS

Aqui se podem obter importantes dicas e alterações para uso do software “Opções Reais SLS 5.0”:

- O **Manual do Usuário** é acessível nos módulos SLS, MSLS ou MNLS. Por exemplo, simplesmente inicie o software “Opções Reais SLS 5.0” e crie um novo ou abra um modelo existente de SLS, MSLS ou MNLS. Então clique em [Ajuda](#) | [Manual do Usuário](#).
- **Arquivos de Exemplo** estão acessíveis diretamente na Tela Principal do SLS ou quando estiver nos módulos SLS, MSLS ou MNLS, para isso percorra o caminho [Arquivo](#) | [Exemplos](#).
- Informações sobre a **Licença** corrente poderá ser obtida no caminho [Help](#) | [Sobre](#) dentro dos módulos SLS, MSLS ou MNLS.
- A **Lista de Variáveis** também está disponível nos módulos SLS, MSLS e MNLS em [Ajuda](#) | [Lista de Variáveis](#). Especificamente, a seguinte lista é de variáveis e operadores permitidos a serem utilizados no campo de equações customizadas:

Variável Operador	Português	Descrição
◦ Asset	Ativo	O valor do ativo subjacente de uma opção, no passo atual (em moeda)
◦ Cost	Custo	Custo de Implantação (em moeda)
◦ Dividend	Dividendo	Valor do dividendo (em %)
◦ Maturity	Maturidade	O ano da maturidade – expiração (em anos)
◦ OptionOpen	OpçãoAberta	Valor de se manter a opção aberta (o mesmo que usado na versão 1.0 como @@)
◦ RiskFree	LivreRisco	Taxa livre de risco anualizada (em %)
◦ Step	Passo	Número inteiro representando o passo atual na árvore
◦ Volatility	Volatilidade	Taxa de Volatilidade anualizada (em %)
◦ -		Subtração
◦ !		Não
◦ !=, <>		Não igual ou diferente
◦ &		E
◦ *		Multiplicação
◦ /		Divisão
◦ ^		Exponenciação (Potência)
◦		OU
◦ +		Soma
◦ <, >, <=, >=		Comparação
◦ =		Igual

- **OpçãoAberta no Nó Terminal** no SLS ou MSLS. Se *OpçãoAberta* é especificada na Equação no Nó Terminal, o valor da opção será sempre avaliada como um erro NaN (*Not a Number*). Este é claramente um erro, pois a variável/operador *OpçãoAberta* não pode ser aplicado no Nó Terminal.
- **Intervalo indefinido para Variável Customizada.** Se um intervalo especificado de uma variável customizada não possui valor, o valor assumido é 0(zero). Por exemplo, suponha que no modelo com 10 passos onde a variável customizada “*minhaVar*” de valor 5 exista e comece no passo 6. Isto significa que “*minhaVar*” será substituída pelo valor 5 do passo 6 em diante. Entretanto o

modelo não especifica o valor da variável *minhaVar* desde o passo 0 até o 5. Nesta situação, o valor da variável *minhaVar* assume o valor 0(zero) dos passos 0 até o 5.

- **Compatibilidade com SLS 1.0.** O “Super Lattice Solver 5.0” tem interfaces de usuários compatível com a versão SLS 1.0 exceto pelo fato de que os módulos SLS, MSLS, MNLS, e Desenvolvedor de Árvore estão integrados a Tela Principal. Os arquivos de dados criados em SLS podem ser carregados em SLS 5.0. No entanto, como a versão SLS 5.0 inclui recursos avançados que não existiam na versão anterior, alguns exemplos criados na versão anterior podem não rodar a menos que se introduzam algumas modificações. A seguir é apresentada uma lista de diferenças entre as versões SLS 1.0 e SLS 5.0:
 - Saída: A variável em SLS 1.0 denotada por “@@” foi substituída por “*OptionOpen*” na versão SLS 5.0. Contudo, na versão SLS 5.0 se continue a reconhecer “@@” como uma variável especial e será automaticamente convertida para “*OptionOpen*” antes do programa ser executado. No entanto, existe um problema potencial quando os modelos definem a variável “*OptionOpen*” com uma variável customizada pois haverá conflito já que agora a variável *OptionOpen* é agora uma variável especial.
 - Um modelo que use funções avançadas em suas equações customizadas não funcionará. A lista de funções suportadas incluem:
 - ABS, ACOS, ASIN, ATAN2, ATAN, CEILING, COS, COSH, EXP, FLOOR, LOG, MAX, MIN, REMAINDER, ROUND, SIN, SINH, SQRT, TAN, TANH, TRUNCATE, IF
 - Variáveis em SLS 5.0 são sensíveis ao tipo de caixa (tamanho da letra e estilo) exceto nomes de funções. Modelos que misturam tipos não funcionarão no SLS5.0. Sugerimos que quando utilizar variáveis customizadas no SLS 5.0 mantenha a consistência na definição dos tipos.
- **Funções AND() e OR()** não existem mais e foram trocadas por caracteres especiais já mostrados. Utilizem sempre os símbolos “&” e “ | ” para representar os operadores AND e OR. Por exemplo: “Ativo > 0 | Custo < 0” significa “OU(Ativo > 0, Custo < 0).” Enquanto “Ativo > 0 & Custo < 0” é “E(Ativo > 0, Custo < 0).”
- **Especificações dos passos em Blackout.** Para definir os passos em Blackout, use os seguintes exemplos:
 - 3 passo 3 é um passo em blackout.
 - 3, 5 passos 3 e 5 são passos em blackout.
 - 3, 5-7 passos 3, 5, 6, 7 são passos em blackout.

- o 1, 3, 5-6 passos 1, 3, 5, 6 são passos em blackout.
- o 5-7 passos 5, 6, 7 são passos em blackout.
- o 5-10|2 passos 5, 7, 9 são passos em blackout (o símbolo | significa saltos de 2 passos).
- o 5-14|3 passos 5, 8, 11, 14 são passos em blackout.
- o 5-6|3 passo 5 é um blackout.
- o 5 - 6 | 3 passo 5 é um passo blackout (espaços são ignorados).

- **Identificadores.** Um identificador é uma seqüência de caracteres que começam com as letras a-z, A-Z, _ ou \$. Após o primeiro caractere, a-z, A-Z, 0-9, _, \$ são válidos na seqüência. Observar que não é válido o uso de espaços entre os caracteres. Contudo o espaço poderá ser utilizado se a variável estiver limitada por colchetes {}. Identificadores são sensíveis ao tamanho do caractere, exceto quando se tratar de nomes de função. O exemplo seguinte apresenta algumas possibilidades de identificadores válidos: myVariable, MYVARIABLE, _myVariable, _____myVariable, \$myVariable, {Esta é uma variável}.
- **Números.** Um número pode ser um inteiro, definido por um ou mais caractere entre 0 - 9. Os exemplos seguintes são números válidos: 0; 1; 00000; 12345. Outro tipo de número é o Número Real. Os exemplos seguintes apresentam números reais válidos: 0.; 3.; 0,0; 0,1; 3,9; 0,5; 0,934; 0,3E3; 3,5E-5; 0,2E-4; 3,2E+2; 3,5e-5;
- **Precedência de Operadores.** A precedência dos operadores, quando numa avaliação de uma equação, é apresentada a seguir. No entanto, quando houver dois operadores com a mesma precedência a equação será avaliada da esquerda para a direita.
 - o () – A maior precedência é dado pelo parêntese
 - o !, - – Negação, e menos unitário. P.ex., -3
 - o ^
 - o *, /
 - o +, -
 - o =, <>, !=, <, <=, >, >=
 - o &, |
- **Expressões Matemáticas.** Os exemplos a seguir mostram algumas equações válidas usáveis na caixa de *equações customizadas*. Reveja o resto deste Manual do Usuário, textos recomendados e arquivos de exemplo para maiores ilustrações sobre cada possibilidade de equação usada no cálculo de uma Opção e de funções utilizadas no SLS 5.0.
 - o Max(Ativo-Custo,0)
 - o Max(Ativo-Custo,OpçãoAberta)

- o 135
- o $12 + 24 * 12 + 24 * 36 / 48$
- o $3 + \text{ABS}(-3)$
- o $3 * \text{MAX}(1,2,3,4) - \text{MIN}(1,2,3,4)$
- o $\text{SQRT}(3) + \text{ROUND}(3) * \text{LOG}(12)$
- o $\text{IF}(a > 0, 3, 4)^2$ – retorna 3 se $a > 0$, ou então 4
- o $\text{ABS}+3$
- o $\text{MAX}(a + b, c, \text{MIN}(d,e), a > b)$
- o $\text{IF}(a > 0 \mid b < 0, 3, 4)$
- o $\text{IF}(c <> 0, 3, 4)$
- o $\text{IF}(\text{IF}(a <= 3, 4, 5) <> 4, a, a-b)$
- o $\text{MAX}(\{\text{My Cost 1}\} - \{\text{My Cost 2}\}, \{\text{Asset 2}\} + \{\text{Asset 3}\})$

² Alguns comandos dependerão do idioma e da versão do seu Excel, embora o termo em inglês muitas vezes também é aceito na versão em português.

2

SEÇÃO II: ANÁLISE COM OPÇÕES REAIS

2.1 Opções de Abandono Americana, Européia, Bermuda, e Customizadas

A *Opção de Abandono* observa o valor da flexibilidade de um projeto ou ativo que pode ser abandonado ao longo da vida da opção. Como um exemplo suponha que a firma possua um projeto ou um ativo que, baseado na técnica tradicional de FCD, se estima o valor presente do ativo (*VP Ativo Subjacente*) (*PV Underlying Asset*) em \$120M (para opção de abandono este é o valor presente líquido do ativo ou projeto). Com uso de simulação Monte Carlo obtém-se a volatilidade do ativo estimada em 25%. Sob essas condições, existe um grande número de incertezas de sucesso e falhas associados ao projeto (os modelos de cálculo da volatilidade consideram diferentes tipos de incertezas considerados no FCD como incerteza no preço, competição, canibalização e outros) e, com isso, o valor do projeto pode ser significativamente maior ou menor que o valor esperado de \$120M. Suponha que se define uma opção de abandono junto a um terceiro e o contrato é assinado tendo um vencimento dentro de 5 anos (*Maturidade*) onde se colocam algumas condições. A firma tem a possibilidade de vender o ativo ou o projeto para o *terceiro* qualquer momento até o vencimento (indicativo de opção Americana) por um valor *Residual* pré-estabelecido de \$90M. O terceiro previamente está de acordo com este desconto e assina o contrato.

O que ocorreu nessa negociação é que a firma fez um seguro próprio de um capital de \$90M. Isso é, caso o valor do ativo ou do projeto cresça acima de um determinado valor a firma poderá decidir se continua financiando o projeto ou vende o mesmo no mercado por um valor justo. Por outro lado, se o valor do ativo cair a um valor inferior limite de \$90M, a firma poderá executar sua opção e vender o ativo ao terceiro a \$90M. Em outras palavras, foi montado um conjunto de salvaguardas para prevenir que o ativo reduza seu valor abaixo de um valor *Residual* de gatilho. Dessa forma, qual é o valor ou o nível de se manter uma política de seguro? É possível se criar uma vantagem competitiva em uma negociação caso o terceiro não tenha uma posição estabelecida e você tenha. Além disso, assuma um cupon do Tesouro Americano de 5% (taxa livre de risco)³. O resultado dessa opção de abandono é apresentado na Figura 19, onde observamos um valor de \$125,48M, indicando que a opção tem um valor de \$5,49M, uma vez que o valor presente do ativo é \$120M. Dessa forma, o valor *máximo* da mesma poderia ser considerado que o valor a ser pago pelo contrato, *em média*, seria de \$5,48M. Este resultado mostra o valor marginal de um projeto com a opção sobre ou sem, considerando a probabilidade de o ativo exceder o valor de \$90M, bem como o valor de se abandonar o projeto no tempo correto de tal forma que o valor esperado seja \$5,48M.

Adicionalmente, alguns experimentos podem ser conduzidos. Alterando-se o valor Residual para \$30M (o que significa um desconto de \$90M sobre o valor inicial) leva a um resultado de \$120M ou \$0M para a opção. Isto mostra que o contrato de opção é inócuo porque a salvaguarda é valorada num nível tão baixo que nunca será utilizada. Por outro lado, colocando o valor residual no triplo do ativo, ou seja, \$360M a opção

³<http://www.treas.gov/offices/domestic-finance/debt-management/interest-rate/yield-hist.html>

será exercida imediatamente ao seu lançamento, logo seu valor é nulo, não há valor para se esperar o transcurso do contrato e o mesmo deverá ser exercido imediatamente. Dessa forma é possível se alterar o valor residual até que o valor da opção desapareça, sendo este valor indicativo de *Disparo Ótimo*. Por exemplo, caso entre com o valor *Residual* de \$166,80, o valor da opção de abandono será \$166,80M indicando que, a esse preço e acima, é mais interessante vender o ativo imediatamente. Abaixo deste valor residual, existe valor para a opção e acima deste valor não há valor para a opção. Este ponto de inflexão é o ponto ótimo de abandono. Finalmente, adicionando-se um valor de *Taxa de Dividendo* o **custo de se esperar antes de se abandonar o ativo** (p.ex., as taxas anualizadas e valores de manutenção que devem ser pagas caso se mantenha a posse do ativo, medido em percentagem o valor presente do ativo) decrescerá o valor da opção. Dessa forma, o valor do ponto de inflexão (indiferença), quando a opção se torna sem valor, poderá ser obtido pela escolha de sucessivos aumentos do dividendo. Novamente, este ponto de indiferença ilustra o valor de disparo quando a opção deve ser otimamente exercida imediatamente, mas com relação ao índice de dividendos pagos. Isto é, o **custo de carregamento** ou de se manter a opção ou valor de “escapamento” de uma opção é alto, ou seja, se o **custo de espera** é muito alto, não espere e execute a opção imediatamente.

Outra aplicação para o estudo de opção de abandono inclui a possibilidade de provisão de recompra (*buy-back lease*) em um contrato (garantias sobre um valor específico de ativo); preservação de flexibilidade do ativo; políticas de seguro; prosseguir com projeto e vender a propriedade intelectual; preço de compra de uma aquisição e outras. Para ilustrar, apresentamos alguns breves exemplos e opção de abandono (e exemplos de exercícios):

- Um fabricante de aeronaves vende seus aviões de um determinado modelo em um mercado *primário* por, digamos, \$30M cada, para várias linhas aéreas. Companhias aéreas são, normalmente, aversas ao risco e acham difícil justificar a aquisição de nova aeronave com todas as incertezas da economia, demanda, preço das concorrentes e custo de combustível. Quando essas opções se demonstram resolvidas ao longo do tempo, rotas aéreas devem ser realocadas e restabelecidas sua carteira de aeronaves globalmente e um excesso de unidades e um excesso na frota é custoso. A companhia aérea deve se desfazer do excesso de aeronaves no mercado secundário, onde pequenas empresas regionais adquirem aviões usados, mas os preços estão sujeitos a uma grande variabilidade, ou seja, uma volatilidade de 45%, podendo flutuar entre \$10M e \$25M para esse tipo de aeronave. O fabricante de aviões pode reduzir o risco das empresas aéreas disponibilizando uma *provisão de recompra* ou opção de abandono, a qualquer instante dentro dos 5 anos seguintes à compra. Dessa forma o fabricante concorda em adquirir de volta a aeronave vendida por um valor residual de \$20M, junto ao comprador original da aeronave. A taxa equivalente livre-de-risco para este período é de 5%. **Isto reduz o risco de perda da empresa aérea e, dessa forma, reduz seu risco cortando parte da cauda da função de distribuição do preço, deslocando o valor esperado para a direita. Essa opção de abandono proporciona uma redução do**

risco e um aumento no valor da empresa aérea. *Aplicando a opção de abandono no SLS com uma árvore binomial de 100-passos, essa opção é valorada a \$3,52M. Caso o terceiro, por exemplo, a companhia aérea, calcule este valor e adquira essa possibilidade de recompra sem pagamento como acordo do negócio, o fabricante perde apenas cerca de 10% no valor de sua aeronave que é colocada na mesa de negociação. Informação e conhecimento são elementos vitais nesses casos.*

- Um fabricante de HD de alta tecnologia está pensando em adquirir uma pequena empresa iniciante (*start-up*) com sua nova tecnologia de micro-dispositivo de acionamento de memória (um micro HD, super rápido e de alta capacidade) que poderá revolucionar a indústria. A pequena empresa está à venda por \$50M, baseado no estudo do VPL pelo conceito de valor justo de mercado, a partir de uma análise executada por um consultor independente. O fabricante interessado na aquisição da tecnologia poderá também desenvolver o dispositivo a partir de uma tecnologia semelhante. A questão que se impõe é saber a importância econômica na fabricação desse novo dispositivo e se o valor pedido de \$50M é um preço bom? Baseado em análises internas realizada pelo fabricante, o VPL esperado desse micro dispositivo é de \$45M com uma volatilidade de 45% de seu fluxo de caixa e levaria 3 anos para ter essa nova tecnologia disponível para comercialização. Assumindo uma taxa livre de risco para o período de três anos sendo 5%. Além disso, o desenvolvimento custaria em valor presente \$45M. Numa avaliação mais simples, utilizando apenas a visão do FCD (fluxo de caixa descontado), o fabricante concluiria que vale a pena o desenvolvimento interno. No entanto, se for incluído a opção de abandono, caso após a aquisição da empresa *start-up* a tecnologia demonstre não funcionar, a empresa ainda assim terá um conjunto de PI (patentes e tecnologias) bem como ativos fixos (prédio e equipamentos) que poderão ser vendidos no mercado por até \$40M. *A opção de abandono junto com o retorno de \$51,83, tornando a decisão de aquisição da start-up no lugar de desenvolvimento interno mais atrativo, fazendo com que a decisão de aquisição por \$50M seja viável.*⁴

A Figura 19 mostra o resultado de uma opção de abandono simples com uso de uma árvore binomial de 10-passos como discutido anteriormente, enquanto a Figura 20 mostra a planilha de auditoria produzida pela opção.

⁴ Veja a seção sobre Opção de Expansão para mais exemplos relacionados à como tecnologias em *start-ups* podem ser usadas como plataforma para o desenvolvimento de novas tecnologias que podem ser mais vantajosas que o uso de opção de abandono.

Figure 19 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários This American Abandonment Option can be executed at any time up to and including expiration.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 120 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 90 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 10 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Salvage)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Salvage, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Salvage	90	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	54.39	4.48
Forma-Fechada Americana	54.39	5.36
Binomial Européia	54.39	4.48
Binomial Americana	54.39	5.44

Resultado

Opção personalizada: 125.4831

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 19 – Opção Americana de Abandono Simples

Option Valuation Audit Sheet

Assumptions

PV Asset Value (\$)	\$120.00
Implementation Cost (\$)	\$90.00
Maturity (Years)	5.00
Risk-free Rate (%)	5.00%
Dividends (%)	0.00%
Volatility (%)	25.00%
Lattice Steps	10
Option Type	Custom

Intermediate Computations

Stepping Time (dt)	0.5000
Up Step Size (up)	1.1934
Down Step Size (down)	0.8380
Risk-neutral Probability	0.5272

Results

Auditing Lattice Result (10 steps)	\$125.48
Super Lattice Result (10 steps)	\$125.48

User-Defined Inputs

Terminal: $\text{Max}(\text{Asset}, \text{Salvage})$
Intermediate: $\text{Max}(\text{Salvage}, @@@)$

Name	salvage									
Value	90.00									
Starting Step	0									

Underlying Asset Lattice

Underlying Asset Lattice										702.93	
									589.03	493.59	
								493.59	413.61	346.59	
							413.61	290.43	243.37	203.94	
						290.43	243.37	203.94	170.89	143.20	
					203.94	170.89	143.20	120.00	100.56	84.26	
				170.89	143.20	120.00	100.56	84.26	70.61	59.17	
			143.20	120.00	100.56	84.26	70.61	59.17	49.58	41.55	
		120.00	100.56	84.26	70.61	59.17	49.58	41.55	34.82	29.17	
										24.45	20.49

Option Valuation Lattice

										702.93
									589.03	
								493.59		493.59
							346.59		413.61	
						290.43		346.59		346.59
					243.43		290.43		243.37	
				204.30		243.37		203.94		243.37
			172.07		171.61		171.15		170.89	
		146.01		145.36		144.61		143.77		143.20
	125.48		124.77		123.88		122.77		121.22	
		109.32		108.49		107.41		105.93		103.20
			97.95		97.13		96.03		94.57	
				91.44		90.88		90.13		90.00
					90.00		90.00		90.00	
						90.00		90.00		90.00
							90.00		90.00	
								90.00		90.00
									90.00	
										90.00

Figura 20 – Planilha de Auditoria de uma Opção de Abandono

A Figura 21 mostra a mesma opção de abandono, mas com o parâmetro de 100-passos para a árvore. Para acompanhar o exemplo, abra o arquivo *Single Asset SLS Abandonment American Option (Opção Americana de Abandono)*. Observe que o retorno obtido com a árvore de 10-passos é de \$125,48, enquanto a mesma opção com 100-passos tem o valor de \$125,45, indicando que a solução convergiu. A equação no “Nó Terminal” é dado por $\text{Max}(\text{Asset}, \text{Salvage})$ o que significa que a decisão na Maturidade deve ser executada, vendendo a ativo e recebendo o valor residual, ou não executando e mantendo a opção, o que for maior. Já os “Nós Intermediários” a equação usada é $\text{Max}(\text{Salvage}, \text{OptionOpen})$ indicando que antes da maturidade, a decisão é tanto executar mais cedo a opção

Americana para abandonar o projeto e receber seu valor residual, ou manter o ativo ou projeto ativo conservando a opção disponível para ser exercida em outro momento, o que é denominado na equação como *Opção Aberta* ou *OptionOpen*. Naturalmente obrigar que a opção somente possa ser exercida no vencimento é menos valioso do que a possibilidade de exercício antes do vencimento (\$124,5054 contra \$125,4582). Estes arquivos de exemplo usados estão em: *Abandonment American Option* e *Abandonment European Option*. Por exemplo, o fabricante de aviões no exemplo anterior poderá concordar com a provisão para recompra a ser exercida pela companhia aérea a qualquer tempo versus a uma data futura pré-estabelecida (ao final de 5 anos) (a opção de do tipo Americana funcionará melhor do que a Européia).

Algumas vezes, a o opção do tipo Bermuda é mais apropriada, onde ocorre um período impedimento (*Vesting ou Black-out period*) quando a opção forçosamente não poderá ser exercida. Por exemplo, caso no contrato esteja previsto que para um contrato de 5 anos de recompra no abandono, a empresa aérea não pode exercer a opção de abandono nos primeiros 2,5 anos. Tal é mostrado na Figura 23, onde se utiliza a opção de Bermuda com 100-passos em um período de 5 anos, onde o período de *black-out* é marcado nos passos de 0 a 50. Isso significa que nos primeiros 50 passos (entendido como de agora ou a partir do passo 0(zero)), a opção não poderá ser executada, mesmo que esteja em condições ideais de ser executada.. Essa modelagem é realizada pela inserção da opção de manter aberto ou *OptionOpen* na equação dos nós intermediários dos períodos de impedimento (*Vesting e Black-out Periods*). Tal ação força que o contratante não exerça sua opção de abandono nesse período.

Figure 21 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários This American Abandonment Option can be executed at any time up to and including expiration.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermuda ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 120 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 90 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Salvage)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Salvage, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Salvage	90	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	54.39	4.48
Forma-Fechada Americana	54.39	5.36
Binomial Européia	54.39	4.48
Binomial Americana	54.39	5.44

Resultado

Opção personalizada: 125.4582

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 21 – Opção Americana de Abandono com 100-Passos

Figure 22 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: This option to abandon can only be executed at expiration and not before

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos:

VP Ativo Subjacente (\$) 120 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 90 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Salvage)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

OptionOpen

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Salvage	90	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	54.39	4.48
Forma-Fechada Americana	54.39	5.36
Binomial Européia	54.39	4.48
Binomial Americana	54.39	5.44

Resultado

Opção personalizada: 124.5054

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 22 – Opção Européia de Abandono com 100-Passos

Verifica-se que uma opção Americana é mais atrativa que uma Bermuda e que esta é mais atrativa que uma Européia conforme mostrado na Figura 23, exatamente pela possibilidade de se exercer a flexibilidade contratual sem limitação.

Figure 23 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: Bermudan Abandonment Option with Blackout Vesting Period (American > Bermudan > European option)

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos:

VP Ativo Subjacente (\$) 120 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 90 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-50

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Salvage)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Salvage, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

OptionOpen

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Salvage	90	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	54.39	4.48
Forma-Fechada Americana	54.39	5.36
Binomial Européia	54.39	4.48
Binomial Americana	54.39	5.44

Resultado

Opção personalizada: 125.3417

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figure 23 – Opção de Abandono tipo Bermuda com uma árvore de 100-Passos

E, alguns casos, o valor residual poderá modificar ao longo do contrato. Para ilustrar, no exemplo anterior de aquisição de uma empresa “start-up” pode-se admitir que o valor da propriedade intelectual aumentará conforme evolui a pesquisa com resultados positivos o que ocasionará um acréscimo no valor residual ao longo do tempo. Este exemplo pode ser visto representado na Figura 24, onde durante o período de 5 anos se avalia a opção de abandono. Tal possibilidade pode ser modelada, utilizando-se o recurso de opção personalizada (customizada). No campo de **Variáveis Personalizadas** (customizadas), informe valores em *Nome da Variável*, *Valor* e *Passo Inicial* e, em seguida, pressione ao botão **ENTRAR** ou **ENTER** para adicionar a variável assim criada, conforme exemplificado na Figura 24. Observe que o nome da variável criada (*Resíduo* ou *Salvage*) tem seu valor alterado ao longo do tempo, a partir da indicação do passo quando ocorre a alteração do valor inicial. No exemplo, o valor residual inicial se aplica desde o primeiro passo, sendo que no passo 21 ele altera seu valor para \$95. Isto significa que para um horizonte de 5 anos com 100 passos, o primeiro ano inclui os passos de 0 a 20, cujo valor residual será de \$90. Esse valor aumenta por \$95 no segundo ano (passos de 21 a 40) e assim por diante. Observar que o fato do valor residual aumentar ao longo do tempo implica num aumento do valor da opção. Pode-se modelar, também, um período de impedimento (Black-out) para os seis primeiros meses (passos de 0 a 10) na área de black-out. Essa possibilidade de impedimento é típica em contratos de obrigações com possibilidade de abandono, onde durante um determinado período a opção não poderá ser exercida.

É possível utilizar a tecla **TAB** para mover entre suas variáveis personalizadas. Lembre-se de após definir uma variável e seus parâmetros tecla **ENTER** para criar a variável. Uma nova variável é criada onde existe a indicação *.

Figura 24 – Opção de Abandono Personalizada

2.2 Opções de Contração, Americana, Européia, Bermuda, e Customizadas

Uma Opção de Contração avalia o valor da flexibilidade de ser capaz de se reduzir a produção ou contrair a escala e o escopo de um projeto quando determinadas condições previstas não são atingidas. Reduzindo dessa forma o ativo ou o projeto, por um determinado fator de redução, criando ao mesmo tempo a possibilidade de ingresso de recursos pela venda de parte do ativo por um determinado valor recuperado (*Savings*). Como exemplo, suponha que você trabalha para uma grande empresa aeronáutica que não está convencida da eficácia de uma determinada tecnologia e da demanda estimada de mercado para seu novo projeto de jato supersônico de longo alcance. A empresa decide se proteger de eventos não desejáveis através do uso de opções estratégicas, especialmente opções de contração de cerca de 10% de sua instalação fabril a qualquer instante de agora até daqui a 5 anos (p.ex., um *Fator de Contração* de 0.9).

Suponha que a empresa possui um sistema de avaliação da lucratividade futura com uso de um modelo de Fluxo de Caixa Descontado (em outras palavras, o valor presente esperado de um fluxo de caixa descontado a uma determinada taxa de desconto justada ao risco de mercado) é obtida como sendo \$1.000 milhões (*VP Ativo*). Usando simulação Monte Carlo, é possível se calcular a volatilidade implícita de 30%, do logaritmo do retorno do valor do ativo equivalente ao futuro fluxo de caixa. A taxa “livre-de-risco” sobre um ativo sem risco (Notas do Tesouro Americano, sem bônus e prazo de resgate de 5 anos) é de 5%.

Adicionalmente, suponha que a empresa tem a opção de contrair 10% da sua produção, a qualquer instante, nos próximos 5 anos, criando uma economia adicional de \$50 milhões após a contração. Esses termos são organizados através de um acordo contratado com um dos vendedores, o qual concorda em compensar o excesso de capacidade e espaço da empresa. Ao mesmo tempo, a empresa pode reduzir parte de sua força de trabalho para obter esse nível de economia (em valor presente).

O resultado da análise com essa opção indica um projeto com valor presente de \$1.001,71 milhões (usando árvore binomial com 10 passos como observado na Figura 25), o que significa que o VPL corrente é de \$1.000 milhões mais um valor adicional de \$1,71 milhões, oriundos dessa capacidade de contração, com isso o valor da opção é de \$1,71 milhões. Este é o valor máximo que a empresa estaria disposta a gastar para obter tal opção (encargos contratuais e pagamentos ao vendedor).

Em contraste, se o valor economizado (*Savings*) fosse de \$200 milhões, então o valor do projeto se tornaria \$1.100 milhões o que significa que iniciando com um valor de \$1.000 milhões e uma taxa de contração de 10% para \$900 milhões e mantendo a economia de \$200 milhões, resultaria num retorno de \$1.100 milhões no valor total. Conseqüentemente o valor da opção seria 0(zero) o que significa que é uma solução ótima exercer imediatamente a opção de contração, pois não haveria vantagem em se manter a posição de aguardar uma oportunidade de contrair. Então, o valor de se executar o projeto imediatamente é comparável ao valor do projeto com opção (decisão

estratégica); não existe valor adicional em se esperar e a contração deve ser executada imediatamente.

Outra aplicação inclui protelar um projeto de P&D gastando uma pequena parcela para manter um mínimo de execução reservando-se ao direito de retomar a pesquisa quando as condições se mostrarem mais propícias; o valor da sinergia em um processo de fusão e aquisição onde um pequeno grupo de empregados administrativos é liberado de modo a se criar uma condição de economia; reduzindo o escopo e tamanho da produção suprimindo; reduzindo taxa de produção; realizando acordos de empreendimentos conjuntos e alianças, e outros.

Para ilustrar, apresentamos alguns exemplos de opção de contração (como anteriormente, possibilitando a ilustração de exercícios adicionais a serem realizados):

- Uma grande empresa de óleo e gás embarca uma plataforma de perfuração de águas profundas que custará a empresa bilhões de dólares. Pela análise do FCD realizada é obtido um VPL de \$500 milhões ao longo da vida útil do projeto de 10 anos. A taxa livre de risco por 10 anos indica 5% e a volatilidade do projeto é obtido como 45% a taxa anualizada, utilizando valores históricos do preço do petróleo como proxy. Caso a expedição tenha alto nível de sucesso (o preço do petróleo é alto e a produção é grande), então a empresa continuará operando. No entanto, caso as coisas não tenham um desempenho tão bom (preço do óleo é baixo ou moderado e a produção apenas decente), é muito difícil que a empresa abandone a operação. Porque perder tudo que já foi investido quando o retorno líquido ainda é positivo a despeito da produção não ser como antecipado sem mencionar os problemas ambientais e contratuais de abandonar um anel de perfuração de um poço de petróleo no meio do oceano. Por este motivo, a empresa de petróleo decide de proteger do risco de um retraimento (*downsize*) adquirindo uma opção americana de contração. A empresa de petróleo foi capaz de encontrar uma pequena empresa do ramo (um parceiro em outros negócios de exploração) interessado em forma uma parceria. Esse projeto conjunto é estruturado de tal forma que a grande empresa petrolífera paga a pequena, em um contrato com pagamento antecipado (*lump sum*) a opção de se retirar da área a qualquer momento e a pequena empresa assumir as atividades operacionais do poço, pelo período de 10 anos, se obrigando a retornar à maior 30% de toda receita a ser obtida. A pequena empresa concorda com esses termos pelo fato da mesma não ter que arcar com os milhões de investimento na perfuração e montagem do poço inicial e estaria obtendo caixa com o contrato. A grande também concorda com os termos do contrato, pois tal reduz seu risco caso o preço do petróleo estiver baixo e a produção abaixo do padrão e tal saída lhe permite economia de \$75 milhões, em valor presente, com custo de overhead que poderão ser realocados a outros projetos. *Neste exemplo a opção de contração utilizou uma árvore binomial SLS com 100 passos obtendo um valor de \$14,24 milhões. Isto significa que o máximo de contrapartida que a grande empresa estaria disposta a pagar para o projeto conjunto à pequena petroleira não poderia ultrapassar esse valor. Naturalmente a análise dessa opção poderá ser mais complicada caso considerasse o valor economizado em termos de valor presente. Por exemplo, caso a opção seja exercida nos*

primeiros cinco anos, o valor economizado é \$75milhões, mas se a opção for exercida na última metade a economia cairia para \$50milhões. Neste caso o valor da opção seria de \$10,57milhões.

- Uma empresa fabricante produtos manufaturados está subcontratando sua produção de brinquedos infantis na China. Fazendo isso, obtém uma economia no custo de overhead acima de \$20milhões em valor presente ao longo da vida útil dos brinquedos. No entanto, essa terceirização internacional representa um menor controle de qualidade, demoras por problemas no transporte marítimo, custos adicionais de importação e assunção de riscos adicionais não familiares, devido práticas comerciais locais. Adicionalmente, a empresa estará considerando a possibilidade de terceirização internacional caso a qualidade da mão de obra da empresa Chinesa estiver de acordo com padrões estritos de qualidade requeridos. O VPL dessa linha de brinquedos é de \$100milhões com uma volatilidade de 25%. Os executivos da empresa decidem adquirir uma opção de contração através da localização de uma pequena empresa na China e gastar algum recurso para testar o conceito em pequena escala (dessa forma reduzindo as incertezas em termos de qualidade, conhecimento, custos de importação e exportação, etc.). Caso se obtenha sucesso, a empresa americana concorda em dar a essa pequena empresa Chinesa 20% do resultado líquido como remuneração dos serviços realizados além de recursos para iniciar o projeto (*startup fees*). A questão então é: quanto a empresa americana estaria disposta a pagar, em média, para cobrir das despesas iniciais de startup além dos custos dessa prova de conceito? *A valoração da opção de contração utilizando o SLS mostra um valor de \$1,59milhões, utilizando uma taxa livre de risco de 5% por um ano de teste. Então, uma vez que o custo do teste piloto seja menor que \$1,59milhões é ótimo obter essa opção, especialmente se isso significar uma economia potencial de \$20milhões.*

A Figura 25 ilustra uma opção de contração em uma árvore com 10-passos enquanto na Figura 26 observamos a mesa opção com uma árvore com 100-passos (o arquivo exemplo é obtido em *Contraction American and European Option*). A figura 27 ilustra uma Opção Bermuda de Contração de 5-anos tendo os 4 primeiros anos de carência (período de blackout entre os passos 0 e 80 em cinco anos em uma árvore com 100-passos) na qual nos primeiros 4-anos o detentor da opção é obrigado a não exercê-la (o exemplo é obtido no arquivo *Contraction Bermudan Option*). A Figura 28 mostra uma opção personalizada (customizada) onde existe um período de blackout e uma economia (savings) devido a contração ao longo do projeto (exemplo no arquivo *Contraction Customized Option*). Esses resultados foram aplicados para um caso de fabricação de aeronaves.

Figure 25 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American and European Contraction Options.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 1000 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 1000 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 30

Passo da Árvore 10 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Contraction+Savings)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
Savings	50	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	359.58	138.38
Foma-Fechada Americana	359.58	170.28
Binomial Européia	359.52	138.32
Binomial Americana	359.52	171.55

Resultado

Opção americana: 1001.7133

Opção Européia: 1001.5629

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 25 – Uma Opção Americana e Européia de Contração com árvore de 10-passos

Figure 26 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American and European Contraction Options.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 1000 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 1000 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 30

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Contraction+Savings)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
Savings	50	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	359.58	138.38
Foma-Fechada Americana	359.58	170.28
Binomial Européia	359.52	138.32
Binomial Americana	359.52	171.55

Resultado

Opção americana: 1001.6361

Opção Européia: 1001.4524

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 26 – Opção de Contração Americana e Européia com árvore de 100-passos

Figure 27 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: Bermudan Contraction Option where contraction cannot occur at certain times.

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos:

VP Ativo Subjacente (\$) 1000 Taxa Livre-Risco (%) 5
 Custo de Implantação (\$) 1000 Taxa de Dividendos (%) 0
 Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 30
 Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)
 0-80
 Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)
 $\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} \cdot \text{Contraction} + \text{Savings})$
 Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)
 $\text{Max}(\text{Asset} \cdot \text{Contraction} + \text{Savings}, \text{OptionOpen})$
 Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)
 OptionOpen
 Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
Savings	50	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	359.58	138.38
Forma-Fechada Americana	359.58	170.28
Binomial Européia	359.52	138.32
Binomial Americana	359.52	171.55

Resultado

Opção personalizada: 1001.5682

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Figura 27 – Opção de Contração Bermuda com períodos de Blackout

Figure 28 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: Customized Contraction Option with changing savings amounts and blackout steps.

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos:

VP Ativo Subjacente (\$) 1000 Taxa Livre-Risco (%) 5
 Custo de Implantação (\$) 1000 Taxa de Dividendos (%) 0
 Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 30
 Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)
 0-80
 Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)
 $\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} \cdot \text{Contraction} + \text{Savings})$
 Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)
 $\text{Max}(\text{Asset} \cdot \text{Contraction} + \text{Savings}, \text{OptionOpen})$
 Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)
 OptionOpen
 Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
Savings	50	0
Savings	55	21
Savings	60	41
Savings	65	61
Savings	70	81

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	359.58	138.38
Forma-Fechada Americana	359.58	170.28
Binomial Européia	359.52	138.32
Binomial Americana	359.52	171.55

Resultado

Opção personalizada: 1005.1970

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Figura 28 – Opção de Contração Customizada com economias variáveis ao longo do tempo

2.3 Opções de Expansão Americana, Européia, Bermuda, e Customizada

A *Opção de Expansão* valora a flexibilidade de se expandir do estado corrente para um maior. Por este razão, um estado existente ou uma condição deve antes estar presente de forma a se utilizar a opção de expansão. Isto é, deverá existir uma condição atual para se avaliar a possibilidade de expansão. Caso não existe um caso atual como referência então se utiliza simplesmente uma opção de execução (ou seja, uma *Opção de Compra*) que seria mais apropriado, quando a flexibilidade a ser avaliada seria a execução ou não de uma decisão ou postergá-la.

Como um exemplo, suponha que uma empresa tenha uma avaliação estática de do valor presente do fluxo de caixa descontado do seu lucro futuro utilizando uma taxa ajustada ao risco de \$400milhões (VP do Ativo). Usando simulação Monte Carlo, calcula-se a Volatilidade implícita do logaritmo dos retornos dos dados utilizados no fluxo de caixa como sendo 35%. A *taxa livre de risco* neste caso é de 7% segundo Letras do Tesouro Americano sem cupom com vencimento em 5 anos.

Então suponha que a empresa expandir possa expandir, duplicando sua produção, adquirindo seu competidor por \$250milhões (*Custo de Implantação* a qualquer instante de hoje até cinco anos (*Maturidade*). Qual seria o valor da empresa, assumindo a possibilidade de expansão? O resultado dessa análise é apresentado na Figura 29, onde é indicado que o valor estratégico do projeto é de \$638,73milhões (usando uma árvore binomial com 10-passos), o que significa que a opção de expansão vale \$*,73milhões. Este resultado é obtido porque o valor presente líquido de se executar imediatamente 's de \$400Milhões $\times 2 - \$250$ milhões, ou seja, \$50milhões. Dessa forma, \$638,73milhões menos \$550milhões é igual a \$88,73milhões, que reflete o valor de se ter a habilidade de diferir a decisão de realizar o investimento na duplicação do parque pela aquisição do concorrente e esperar para ver o que ocorrerá com o mercado antes de executar a opção de expansão. O exemplo utiliza o arquivo disponível com o nome de *Expansion American and European Option*.

Aumentando a taxa de dividendos, para digamos 2%, observa-se que agora ambas as opções estão com valor menor e que a Opção de Expansão Americana está melhor que a Opção de Expansão Européia devido a sua capacidade de exercer antes do vencimento (Figura 30). A taxa de dividendos implica que o custo de se esperar para expandir, de diferir e não executar o investimento, a taxa de oportunidade de se esperar e o custo de manter a opção é maior e desse modo a habilidade de diferimento é reduzida. Adicionalmente, com o aumento da *Taxa de Dividendos* para 4% o resultado da análise da árvore binomial resulta em \$550, (cenário estático expansão imediata), indicando que a opção é menos valorosa (Figura 31). Este resultado indica que se o custo de espera, como uma proporção do valor do ativo (como medido pela taxa de dividendo) é muito alto, então execute a opção agora parando de perder tempo diferindo a decisão de expansão! Naturalmente esta decisão pode ser revertida caso a volatilidade é significativa o suficiente para compensar o custo da espera. Isto é, algumas vezes pode ser pior

esperar e ver como ficará a evolução se a incerteza é muito elevada em contra posição de um alto custo de espera.

Outras aplicações desse tipo de opção são abundantes no mundo real. Para ilustrar, acrescentamos alguns exemplos rápidos de opção de expansão (como antes, possibilitando alguns exercícios):

- Suponha que uma empresa farmacêutica está avaliando o desenvolvimento de um novo tipo de insulina que pode ser inalado e que desse modo possa ser absorvido diretamente no sangue. Uma idéia inovadora e louvável. Imagine que os pacientes diabéticos não mais precisarão padecer coma aplicação de injeção.. O problema é que esse novo tipo de medicamento necessita de um novo esforço de pesquisa além das incertezas associadas ao mercado, movimento dos competidores, próprio desenvolvimento da droga, e a própria incerteza da aprovação do FDA o que leva a hipótese de se desenvolver antes uma droga que possa ser ingerida e não inalada. A forma ingerida poderá ser a precursora da versão inalada. A empresa farmacêutica poderá, entretanto, assumir o risco a desenvolver um caminho de pesquisa mais rápido, desenvolvendo a versão inalada ou adquirir uma opção de diferimento para esperar e ver o resultado da versão ingerida. Caso essa versão tenha sucesso, então, a empresa terá a opção de expandir na versão inalada. Quanto a empresa estaria disposta a gastar na investigação adicional no medicamento precursor e sob essas circunstâncias deveria a versão inalada ser implantada diretamente? Suponha que o desenvolvimento precursor leve a um retorno em valor presente de \$100milhões mas que a qualquer instante durante os dois anos possa ser feito um investimento adicional de \$50milhões para transformar na versão inalada, que triplicaria o VPL. De qualquer modo, após modelagem do risco técnico de sucesso e as incertezas de mercado (ameaçar de concorrentes, vendas e estrutura de preços) a volatilidade anualizada do fluxo de caixa utilizando o logaritmo do retorno dos valores presentes indica um valor de 45%. Suponha que a taxa livre de risco é de 5% para um período de 2 anos. *Usando o SLS, a análise do retorno é de \$254,95 milhões, indicando que o valor da opção de espera e diferimento é valorada em \$4,95 após contabilizar os \$250 milhões em valor presente no caso de execução imediata. Avaliando diversos cenários observa-se que o valor de 'breakeven' se dá com uma taxa de dividendo de 1,34%. Isso significa que caso o custo de espera (perda de receita pela decisão de se trabalhar com uma faixa de mercado menor, perdendo fatia de mercado, pela demora no lançamento de um medicamento mais atrativo) excede \$1,34 milhões por ano, então não é ótimo esperar e a empresa farmacêutica deveria optar por se envolver na versão inalada imediatamente. As perdas anuais resultantes pela demora não cobrem o risco incorrido.*
- Uma empresa de óleo e gás está em processo de decisão de investir em projeto de exploração e perfuração de poços em águas profundas. A plataforma prevê um VPL de \$1.000milhões. Este projeto é investigado nos seus riscos (preço do petróleo e taxa de produção são variáveis de incerteza) e a taxa anualizada de volatilidade é calculada como sendo 55%. A empresa está avaliando a aquisição de uma opção de expansão gastando um valor adicional de \$10milhões para a construção de uma plataforma superdimensionada, atualmente não necessária,

mas que no caso do preço do óleo subir ou a taxa de produção for baixa, a empresa poderá executar essa opção e perfurar poços adicionais. E desse modo obter mais óleo, a um custo de \$50 milhões, aumentando o VPL em 20%. A vida econômica dessa plataforma é de 10 anos e a taxa livre de risco para esse período é de 5%. A questão é se se deve executar agora a plataforma um pouco superdimensionada? *Utilizando o SLS, o valor da opção é calculado com sendo positivo de \$27,12 milhões quando se aplica uma árvore binomial de 100-passos. Conseqüentemente, a opção ao custo \$10 milhões vale a pena. Entretanto, esta expansão não será vantajosa caso o dividendo anual exceda 0,75% ou \$7,5 milhões ao ano – este é a receita líquida perdida pela espera pela não perfuração sob a valor base do VPL.*

A Figura 32 mostra uma opção de expansão Bermuda com limitações de exercício da opção durante alguns passos, enquanto a Figura 33 apresenta uma opção de expansão customizada que contabiliza um fator de expansão que altera no tempo. Naturalmente alterações podem ser introduzidas nesse modelo como variação no custo de implantação da expansão, etc.

Figure 29 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American Option to Expand. To change to European, deselect Custom and select European.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 400 Taxa Livre-Risco (%) 7

Custo de Implantação (\$) 250 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 35

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Expansion-Cost)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Asset*Expansion-Cost, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Expansion	2	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	238.86	15.03
Forma-Fechada Americana	238.86	18.30
Binomial Européia	238.87	15.04
Binomial Americana	238.87	18.54

Resultado

Opção personalizada: 638.7315

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 29 – Opção de Expansão Americana e Européia com árvore de 100-passos

Figure 30 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American Option to Expand. To change to European, deselect Custom and select European.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 400 Taxa Livre-Risco (%) 7

Custo de Implantação (\$) 250 Taxa de Dividendos (%) 2

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 35

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Expansion-Cost)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Expansion	2	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	204.01	18.25
Forma-Fechada Americana	205.19	21.27
Binomial Européia	204.02	18.26
Binomial Americana	205.67	21.54

Resultado

Opção americana: 578.9030

Opção Européia: 565.8139

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 30 – Opção de Expansão Americana e Européia com aplicação de taxa de Dividendo

Figure 31 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American Option to Expand. To change to European, deselect Custom and select European.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 400 Taxa Livre-Risco (%) 7

Custo de Implantação (\$) 250 Taxa de Dividendos (%) 4.9

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 35

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Expansion-Cost)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Asset*Expansion-Cost, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Expansion	2	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	160.60	23.69
Forma-Fechada Americana	175.93	26.29
Binomial Européia	160.61	23.70
Binomial Americana	176.68	26.54

Resultado

Opção personalizada: 550.0000

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 31 –Cálculo da taxa de dividendo ótima

Figure 32 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Bermudan Option to Expand (no expansion during cooling off period at the blackout steps)

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 400 Taxa Livre-Risco (%) 7

Custo de Implantação (\$) 250 Taxa de Dividendos (%) 2

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 35

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-80

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Expansion-Cost)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Asset*Expansion-Cost, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

OptionOpen

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	/	Valor	Passo Inicial
Expansion		2	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	204.01	18.25
Forma-Fechada Americana	205.19	21.27
Binomial Européia	204.02	18.26
Binomial Americana	205.67	21.54

Resultado

Opção personalizada: 570.4411

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 32 – Opção de Expansão Bermuda

Figure 33 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Custom Bermudan Option to Expand with changing rates of expansion over time and blackout periods.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 400 Taxa Livre-Risco (%) 7

Custo de Implantação (\$) 250 Taxa de Dividendos (%) 2

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 35

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-80

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Expansion-Cost)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Asset*Expansion-Cost, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

OptionOpen

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	/	Valor	Passo Inicial
Expansion		2	0
Expansion		2.1	21
Expansion		2.2	41
Expansion		2.3	61
Expansion		2.4	81

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	204.01	18.25
Forma-Fechada Americana	205.19	21.27
Binomial Européia	204.02	18.26
Binomial Americana	205.67	21.54

Resultado

Opção personalizada: 708.2317

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 33 – Opção de Expansão Customizada

2.4 Opções de Contração, Expansão e Abandono

A Opção de Contração, Expansão e Abandono é aplicada quando uma empresa tem, simultaneamente, três opções **mutuamente exclusivas e que competem entre si** em um único projeto e forma a escolher entre diferentes possibilidades temporais o momento de expiração. Fique atento que se trata de um conjunto de opções mutuamente exclusivo. Isto é, não é possível executar qualquer tipo de combinação entre elas ao mesmo tempo (combinações entre expansão, contração ou abandono). Apenas é possível executar uma opção a cada vez. Para esse tipo de problema verifique o exemplo fornecido pelo arquivo (*Expand Contract Abandon American and European Option*) mostrado na Figura 34. No entanto, se as opções não são mutuamente exclusivas, calcule-as separadamente em modelos diferentes e adicione o valor ao valor total da estratégia.

Figure 34 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: American Option to Expand, Contract and Abandon. To make it European, simple change INE to OptionOpen.

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos:

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa Livre-Risco (%)	5
Custo de Implantação (\$)	100	Taxa de Dividendos (%)	0
Maturidade (Anos)	5	Volatilidade (%)	15
Passo da Árvore	100	* Todas as entradas são em taxas anualizadas	

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset, Asset*Expansion-ExpandCost, Asset*Contraction+ContractSavings, Salvage)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
ContractSavings	25	0
ExpandCost	25	0
Expansion	1.3	0
Salvage	100	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	26.00	3.88
Forma-Fechada Americana	26.00	6.41
Binomial Européia	26.00	3.88
Binomial Americana	26.00	6.44

Resultado

Opção americana: 117.4220
Opção Européia: 116.3954

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 34 – Opção de Expansão, Contração e Abandono tipo Americana, Européia e Customizada

A Figura 35 ilustra uma opção Bermuda com os mesmos parâmetros mas com limitação de exercício (blackout periods) (exemplo pode ser obtido no arquivo *Expand Contract Abandon Bermudan Option*), enquanto a Figura 36 (exemplo obtido no arquivo *Expand Contract Abandon Customized Option 1*) ilustra um caso mais complexo de Opção Customizada, onde durante um período pré-combinado (período de carência), a opção de expansão não poderá ser exercida (provavelmente neste período, por exemplo, a tecnologia ainda não estará disponível ou madura o suficiente para ser utilizada como

uma tecnologia de alavancagem para outros processos. Adicionalmente, durante o período pós-carência mas antes da tecnologia se tornar madura, as opções de contração ou abandono não poderão ser exercidas (provavelmente foi considerado que neste período a tecnologia está sendo avaliada em sua possibilidade de ser utilizada como *spin-off* ou de alavancagem de oportunidade de outras) e assim por diante. Finalmente a Figura 37 apresenta o mesmo exemplo utilizado na Figura 36 mas com novos parâmetros de entrada (valor residual ou *salvage value*) que permite a avaliação de valorização ao longo do tempo, dos ativos associados ao projeto no caso de abandono em diferentes momentos. (exemplo apresentado no arquivo *Expand Contract Abandon Customized Option II*).

Figure 35 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: Bermudan Option to Expand, Contract and Abandon where there is a cooling off period (blackout step periods).

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos:

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa Livre-Risco (%)	5
Custo de Implantação (\$)	100	Taxa de Dividendos (%)	0
Maturidade (Anos)	5	Volatilidade (%)	15
Passo da Árvore	100	* Todas as entradas são em taxas anualizadas	

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas): 0-80
Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração):

$$\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Expansion} - \text{ExpandCost}, \text{Asset} * \text{Contraction} + \text{ContractSavings}, \text{Salvage})$$
 Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas:

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração):

$$\text{Max}(\text{Asset} * \text{Expansion} - \text{ExpandCost}, \text{Asset} * \text{Contraction} + \text{ContractSavings}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$$
 Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação):

$$\text{OptionOpen}$$
 Exemplo: OptionOpen

Varáveis Customizadas:

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
ContractSavings	25	0
ExpandCost	25	0
Expansion	1.3	0
Salvage	100	0

Benchmark (Referencial):

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	26.00	3.88
Forma-Fechada Americana	26.00	6.41
Binomial Européia	26.00	3.88
Binomial Americana	26.00	6.44

Resultado:
Opção personalizada: 116.8171

☐ Cria uma Planilha de Auditoria Executar

Figura 35 – Opção Bermuda de Expansão, Contração e Abandono

Figure 36 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Customized Expansion, Contraction, and Abandonment Options.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 15

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-50

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

$\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Expansion} - \text{ExpandCost}, \text{Asset} * \text{Contraction} + \text{ContractSavings}, \text{Salvage})$

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

$\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Expansion} - \text{ExpandCost})$

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

$\text{Max}(\text{Asset} * \text{Contraction} + \text{ContractSavings}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
ContractSavings	25	0
ExpandCost	25	0
Expansion	1.3	0
Salvage	100	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	26.00	3.88
Foma-Fechada Americana	26.00	6.41
Binomial Européia	26.00	3.88
Binomial Americana	26.00	6.44

Resultado

Opção personalizada: 115.6590

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 36 – Opção Customizada com múltiplas capacidades de Expansão, Contração e Abandono

Figure 37 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Customized Expansion, Contraction, and Abandonment Options with changing salvage values.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 15

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-50

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

$\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Expansion} - \text{ExpandCost}, \text{Asset} * \text{Contraction} + \text{ContractSavings}, \text{Salvage})$

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

$\text{Max}(\text{Asset}, \text{Asset} * \text{Expansion} - \text{ExpandCost})$

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

$\text{Max}(\text{Asset} * \text{Contraction} + \text{ContractSavings}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Contraction	0.9	0
ContractSavings	25	0
ExpandCost	25	0
Expansion	1.3	0
Salvage	100	0
Salvage	101	11
Salvage	102	21
Salvage	103	31
Salvage	104	41

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	26.00	3.88
Foma-Fechada Americana	26.00	6.41
Binomial Européia	26.00	3.88
Binomial Americana	26.00	6.44

Resultado

Opção personalizada: 116.0737

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 37 – Opção Customizada com múltiplas capacidades de Expansão, Contração e Abandono com alteração de parâmetros de entrada

2.5 Opção de Compra básica tipo Americana, Européia e Bermuda

A Figura 38 mostra o cálculo de opções de compra sem dividendo dos tipos Americana, Européia e Bermuda (exemplo no apresentado no arquivo *Basic American, European, versus Bermudan Call Options*), enquanto a Figura 39 mostra o cálculo dessa mesma opção, mas agora com a distribuição de Dividendos. Naturalmente, no caso do tipo Européia, a opção só poderá ser exercida no vencimento (a decisão é avaliada apenas no nó terminal) enquanto na Americana essa decisão de exercício pode ser avaliada ao longo da vida da opção e na Bermuda semelhante a Americana com exceção do período de carência, quando não se pode exercer a opção. Observe que o resultado dos três tipos é diferente e são valorados na seguinte ordem, do maior para o menor: Americana > Bermuda > Européia, na maioria dos casos básicos. Como pode ser verificado na Figura 39 (insira uma taxa de dividendo de 5% e um período de carência entre os passos 0 e 50). Naturalmente somente pode ser aplicado em Opções de Compra do tipo Vanilla e não aplicadas necessariamente a outros tipos de Opções Exóticas (p.ex. Opções do tipo Bermuda com período de carência e comportamento de múltiplos exercícios sub-ótimo tendem algumas vezes a carregar um alto valor quando ocorre o blackout ou carência contra a avaliação de uma Americana com os mesmos parâmetros de exercício sub-ótimo.

Figure 38 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American, European and Bermudan Basic Call Options without Dividends.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 1 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	12.34	7.46
Forma-Fechada Americana	12.34	7.85
Binomial Européia	12.33	7.46
Binomial Americana	12.33	7.97

Resultado

Opção americana: 12.3113
Opção Européia: 12.3113
Opção bermuda: 12.3113

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 38 – Opção de Compra simples tipo Americana, Bermuda e Européia sem Dividendos

Figure 39 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American, European and Bermudan Basic Call Options with Dividends.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☐ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 5

Maturidade (Anos) 1 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-50

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	9.46	9.46
Forma-Fechada Americana	9.55	9.55
Binomial Européia	9.46	9.46
Binomial Americana	9.57	9.57

Resultado

Opção americana: 9.5495

Opção Européia: 9.4389

Opção bermuda: 9.5446

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 39 – Opção de Compra simples tipo Americana, Bermuda e Européia com Dividendos e período de blackout

2.6 Opções de Venda tipo Americana, Européia e Bermuda

As *Opções de Venda (Put) tipo Americana e Européia* sem distribuição de dividendos são calculadas utilizando o SLS conforme visto na Figura 40. O resultado avaliado desse cálculo indica um valor estratégico do VPL do projeto e disponibiliza uma opção de venda do projeto até a sua *Maturidade* em anos. Existe uma chance do valor do projeto exceder significativamente o valor do *VP do Ativo* (medido pelo valor presente de todas as incertezas do fluxo de caixa futuro descontado a uma taxa de retorno ajustada ao risco) ou ficar significativamente abaixo dele. Conseqüentemente a opção de **diferir** ou **esperar** até que alguma incerteza, com a passagem do tempo, se mostre ser mais vantajosa do que a sua execução imediata. O valor de ser capaz de esperar antes de executar a opção e vender o projeto ao custo de sua implantação, em valor presente, representa o valor da opção. O VPL se executar imediatamente é simplesmente o *Custo de Implantação* menos o *Valor do Ativo* (\$0). O valor da opção de ser capaz de esperar e diferir a decisão de venda do ativo apenas para quando o momento for propício (caso a situação piore e se torne melhor a venda) é dado pela diferença entre o valor calculado (valor estratégico total) e o VPL ou \$24,42 para uma opção Americana e \$20,68 para uma Opção Européia. A *Put* Americana é mais valiosa que a *Put* Européia sempre que não houver distribuição de dividendos, ao contrário da Opção de Compra (*Call*) vista anteriormente. De qualquer modo, algumas vezes pode ser ótimo o exercício antecipado de uma *Put*, ressalvando quando existe distribuição de dividendos. De fato a distribuição de dividendos irá reduzir o valor de uma *Call*, mas aumentar o valor de uma *Put*. Isto é devido ao fato de quando existe distribuição de dividendos o valor do ativo cai e dessa forma o valor de uma opção de compra será menos vantajoso e a opção de venda será mais vantajosa. Quanto maior a taxa de dividendos tanto mais cedo a opção de compra deveria ser exercida e tanto mais tarde a opção de venda deveria ser exercida.

A opção de Venda pode ser resolvida pelo ajuste da equação do nó Terminal, fazendo da seguinte forma: $\text{Max}(\text{Cost} - \text{Asset}, 0)$ como demonstrado na Figura 40 (exemplo obtido no arquivo: *Plain Vanilla Put Option*).

Puts e *Calls* te resultados similares quando se acrescenta dividendo, os valores para uma opção básica de Venda podem ser assim ordenados: Americana $\geq$ Bermuda $\geq$ Européia na maioria dos casos. Isso pode ser confirmado simplesmente fazendo um exemplo com o módulo SLS informando uma taxa de Dividendos igual a 3% e um período de carência entre os passos 0 a 80

Figure 40 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários American Put Option. Make it European by setting INE: OptionOpen or deselect Custom and select European.

Tipo de Opção

☒ Americana ☒ Europeia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 40

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Cost-Asset, 0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Cost-Asset, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	42.88	20.76
Forma-Fechada Americana	42.88	24.30
Binomial Europeia	42.87	20.75
Binomial Americana	42.87	24.46

Resultado

Opção personalizada: 24.4213

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 40 – Put Americana e European usando o SLS

2.7 Opções Exóticas de Escolha ou Conversão

Muitos tipos de opções definidas por usuários e opções exóticas podem ser resolvidas utilizando o SLS e o MSLS. Por exemplo, a Figura 41 apresenta uma opção Exótica de Conversão (exemplo obtido no arquivo: *Exotic Chooser Option*). Nesta análise o detentor possui duas opções, uma *Call* e uma *Put*. Em vez de adquirir separadamente cada uma delas, apenas uma opção é comprada, de forma a permitir que este decida escolher entre uma *Put* ou uma *Call* posteriormente e dessa forma reduzir as despesas caso tivesse que obter as duas separadamente. No exemplo apresentado na Figura 41, utilizando os mesmos parâmetros, a Opção de Conversão tipo Americana é mais vantajosa, pois seu valor de \$6,7168, se comparado a \$4,87 para a *Call* e \$2,02 para *Put* (somando \$6,89 para as duas opções separadamente).

Figure 41 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: American & European Chooser (choose between Call and Put, value exceeds Call+Put due to ability to choose)

Tipo de Opção: ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 15 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 15 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost, Cost-Asset, 0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Max(Asset-Cost, Cost-Asset, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Varáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	4.88	1.56
Forma-Fechada Americana	4.88	2.01
Binomial Européia	4.87	1.56
Binomial Americana	4.87	2.02

Resultado

Opção personalizada: 6.7168

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 41 – Opção Exótica de Conversão tipo Americana e Européia usando o SLS

Opções Exóticas de Conversão mais complexas podem ser construídas utilizando o MSLS, como mostrado na Figura 42 (o exemplo pode ser obtido no arquivo do MSLS: *Exotic Complex Floating European Chooser*) e a Figura 43 (arquivo usado: *Exotic Complex Floating American Chooser*). Nesses exemplos, os custos de execução de uma *Call* versus o de uma *Put* são diferentes. Um exemplo interessante de Opção de Conversão é o de uma empresa que desenvolve nova tecnologia com alto nível de incerteza e risco. A empresa deseja se proteger de variações tanto negativas quanto positivas com a criação de uma opção de Conversão. Isto é, a empresa pretende decidir entre o desenvolvimento próprio da tecnologia uma vez que a pesquisa seja finalizada contra a possibilidade de vender a Propriedade Intelectual associada a tecnologia, em ambos caso com avaliação

de custos diferentes. É possível nesse exemplo simular exemplos com volatilidades e momentos de decisão diferentes.

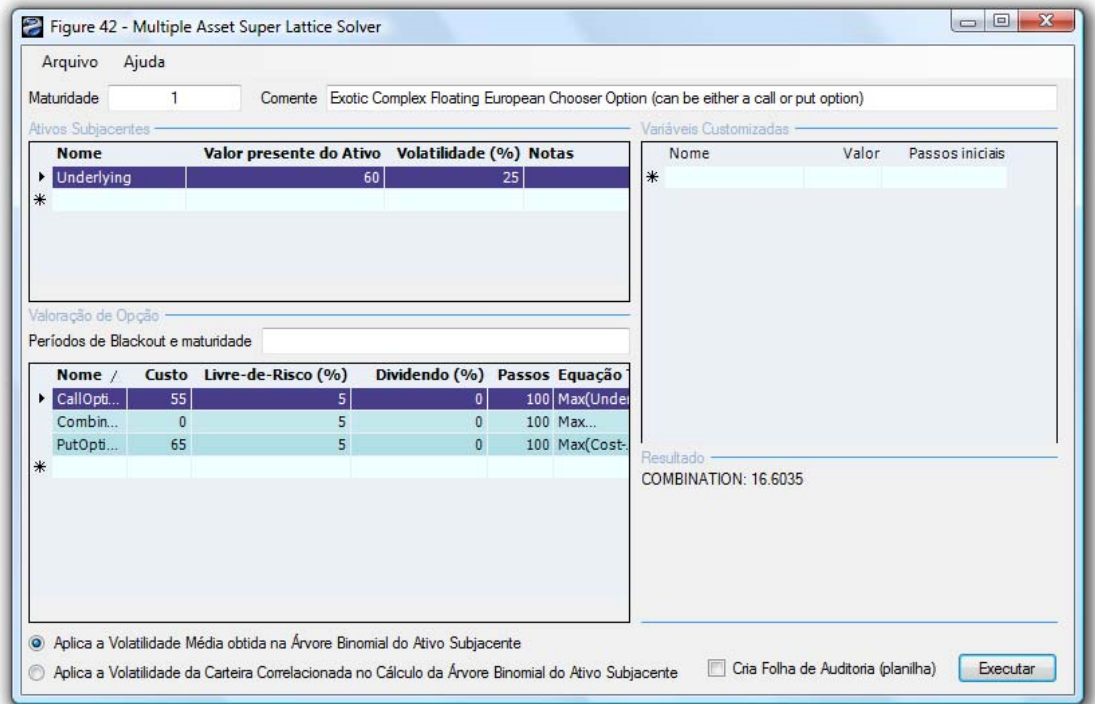


Figura 42 – Opção de Conversão complexa tipo Européia usando o MSLS

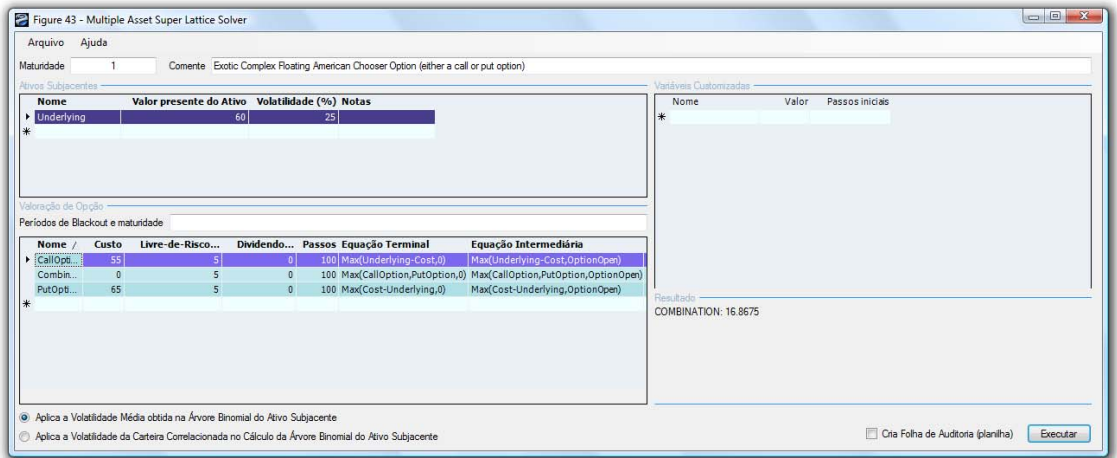


Figura 43 – Opção de Conversão complexa, tipo Americana usando o MSLS

2.8 Opções Seqüenciais Compostas

Opções Seqüenciais Compostas podem ser aplicadas em projetos de investimento associados à Pesquisa e desenvolvimento ou qualquer outro tipo de projeto que possa ser executado em múltiplos estágios. O MSLS é utilizado para resolver esses tipos de opções que envolvem múltiplos estágios seqüenciais. A maneira mais fácil de se entender esse tipo de opção é se iniciar com um problema que envolve decisão em dois estágios, como apresentado na Figura 44. Nesse exemplo o gestor do projeto pode decidir em avançar para a Fase II (FII) após obter os resultados da Fase I (FI). Por exemplo, um projeto piloto ou pesquisa de mercado na FI indica que o mercado ainda não é adequado para o produto associado, então a Fase II (FII) não é realizada. Todo o que é perdido está circunscrito à FI e não ao projeto inteiro, que englobaria despesas com a Fase I e com a Fase II. O exemplo a seguir ilustra como essa opção é calculada.

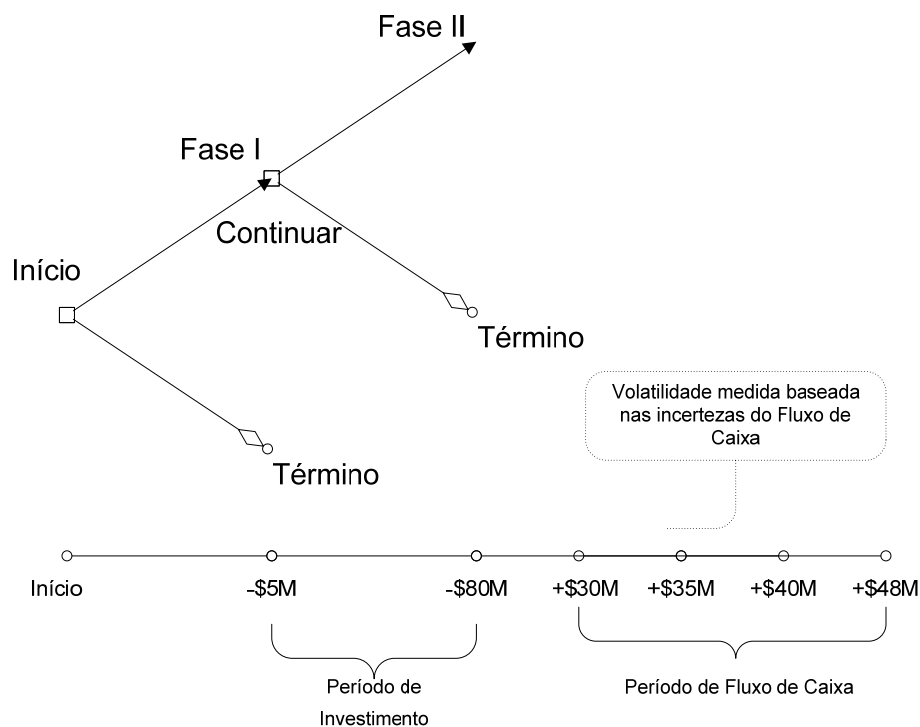


Figura 44 – Representação gráfica de uma Opção Composta Seqüencial com duas fases

A ilustração apresentada da Figura 44 é valiosa para explicar a um executivo sênior os aspectos do cálculo de uma Opção Seqüencial Composta tipo Americana. Nessa ilustração o investimento associado com a *Fase I* é de -\$5 milhões (em valor presente), no ano 1, é seguido da *Fase II* com um investimento de -\$80 milhões (em valor presente) e ocorre no ano 2. Felizmente uma seqüência de Fluxos de Caixa (FC) positivo ocorre a partir do ano 3 ao ano 6, cuja soma é de \$100 milhões (FC descontado a, digamos, 9,7% de taxa de oportunidade) e uma Volatilidade dos FCs calculado de 30%. A uma taxa livre de risco de 5%, valor estratégico é calculado com sendo \$27,67 como mostrado na Figura 45, utilizando para isso uma árvore binomial com 100-passos. Isso significa que a

opção estratégica de diferir um investimento e esperar e ver até que melhores informação sujam e que as incertezas sejam resolvidas é avaliada em \$15 milhões (\$100M - \$5M - \$85M)., em outras palavras, o valor esperado da informação perfeita é de \$12,67 milhões., o que indica que a pesquisa de mercado pode ser utilizada para obtenção de informações críveis para decidir se o projeto é bom ou não. O máximo que a empresa estaria disposta a gastar para obter essa informação seria, não mais que, \$17,67 milhões (i.e., \$12,67M + \$5M) caso a Fase I paca parte do projeto ou simplesmente \$12,67M caso contrário. Caso o custo de se obter informação crível exceder a esse valor, então a é ótimo assumir o risco de se executar o projeto imediatamente a um custo de \$85 milhões.. O exemplo pode ser obtido no arquivo em MSLS: *Simple Two Phased Sequential Compound Option*.

Em contraste, caso a Volatilidade decresce (riscos e incertezas são baixos), o valor da opção estratégica decresce. Adicionalmente, quando o custo de espera (como descrito pela *Taxa de Dividendo* como sendo uma parcela do *Valor do Ativo*) cresce, seria melhor não diferir e esperar esse tempo. Quanto maior a taxa de dividendo menor o valor da opção estratégica. Por exemplo, com uma taxa de dividendo de 8% e 15 de Volatilidade, o valor resultante reverte um VPL de \$15 milhões. O que significa que o valor da opção é 0(zero) e que é melhor executar logo. Finalmente, caso o risco e a incerteza crescer significativamente (p. ex., taxa de dividendo em 87% 4 Volatilidade 30%) ainda permanece viável a espera.

Este modelo possibilita o tomador de decisão ter uma visão o balanceamento ótimo entre *esperar por mais informações* (valor esperado da informação perfeita) e o *custo da espera*. É possível realizar essa análise balanceada criando opções de diferimento de investimento através das diversas etapas ou fases, onde a sequência de cada fase dependerá do resultado obtido na fase anterior e o prosseguimento do projeto será sempre reavaliado ao final de cada fase. Dessa forma a *Opção Sequencial Composta* mostra o valor estratégico intrínseco do projeto e a análise de VPL considera apenas o *Valor Presente dos Ativos* menos os *custos de implantação* de ambas as fases.

Recomenda-se que se varie a volatilidade e taxas de dividendo para determinar suas inter-relações - especificamente, onde o ponto de retorno (*breakeven point*) é obtido com diferentes combinações de Volatilidade e Taxa de Dividendo. Dessa forma, utilizando essa informação, é possível basear a decisão de ir, não-ir (por exemplo, os pontos de *breakeven* associados à volatilidade podem ser rastreados retroativamente em um modelo de fluxo de caixa descontado de forma a estimar a probabilidade de ocorrer cruzamento e com isso possibilitar o cálculo do valor da espera)

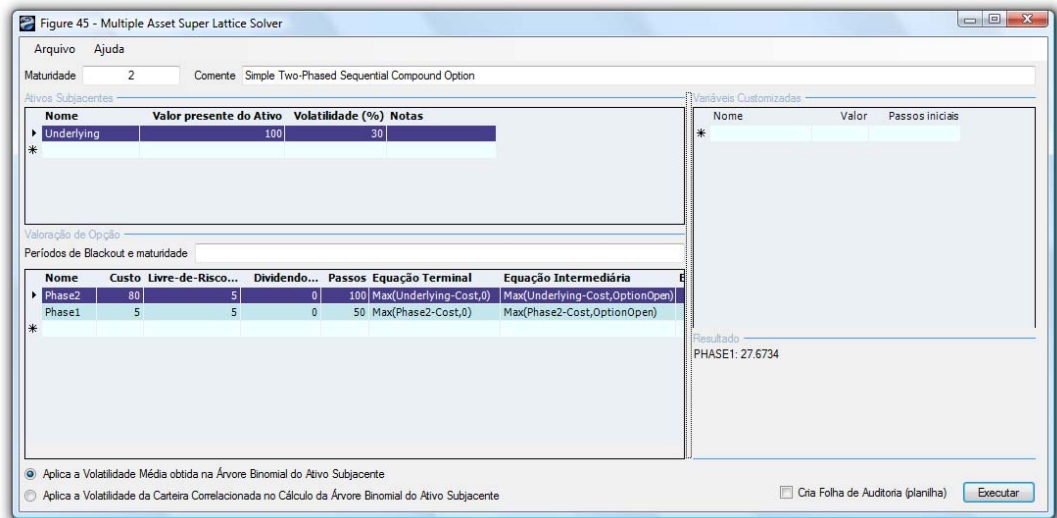


Figura 45 – Calculando uma Opção Sequencial Composta em duas fases usando o MSLS

2.9 Opções Compostas Sequencial Multifase

A Opção Composta Sequencial pode ser entendida para uma multifases com o uso do MSLS. Uma representação gráfica desse tipo de opção ou projeto conhecido como “*stage-gate*” pode ser visto na Figura 46. O exemplo ilustra um projeto em múltiplas fases, onde em cada fase o gestor do projeto tem a opção e a flexibilidade de tanto passar para a fase seguinte se tudo ocorrer bem, como terminar o projeto em caso contrário. Baseado nas definições de entrada, o resultado obtido com o MSLS indica o valor estratégico calculado do projeto, enquanto que o VPL do projeto é obtido simplesmente por *VP do Ativo* menos todos os *Custos* incorridos na *Implantação* do projeto (em valor presente) caso todas as fases fossem implantadas imediatamente. Dessa forma, com a possibilidade de se obter o valor estratégico da implantação ou continuidade de um projeto em função da avaliação das incertezas futuras (volatilidade) o valor do mesmo poderá ser significativamente maior. Então, a possibilidade de se esperar determinada condição antes de se fazer um investimento definitivo leva ao valor da opção, ou seja, o valor estratégico do projeto menos o VPL.

A Figura 47 mostra o resultado dessa análise utilizando o MSLS. Observe que isso é realizado através de uma análise pelo processo de indução retroativa, onde a convenção é iniciar pela última fase e regredindo as fases até a inicial (esse exemplo pode ser obtido no arquivo: *Sequential Compound Option for Multiple Phases*). Em termos de VPL do projeto este se mostra em -500. Entretanto, o valor estratégico total do investimento em fases é \$41,78. Isto significa que apesar do VPL mostrar uma posição ruim, mas na realidade, pelo fato de se proteger de riscos e incertezas, através do uso de investimentos sequenciais, o detentor da opção pode desistir a qualquer momento e não manter a sequência de investimentos já programada, a menos que isso lhe parece interessante. Caso, após a primeira fase, as coisas se mostrarem ruins, pode-se abortar o projeto e

parar os investimentos e, com isso, a perda máxima incorrida será de \$100 (Figura 47) e não relativa ao valor total do projeto, que monta \$1.500. Se, ao contrário, as coisas se mostrarem promissoras, o detentor da opção poderá continuar com o plano de investimento. O valor esperado é valorado na média por \$41,78 milhões, em termos de valor atual, após a contabilização da probabilidade dos eventos serem desastrosos (e dessa forma encerrando prematuramente o projeto) versus se tudo ocorrer de forma excepcional (e dessa forma o projeto é realizado em todas as suas fases).

Observar que o valor de uma opção será sempre maior ou igual a \$0 (zero) (por exemplo, tente reduzir a volatilidade para 5% e aumentar a taxa de distribuição de dividendos para 8%, em todas as fases). Quando o valor da opção é \$0 (zero) ou muito baixo, isso indica que não é uma situação adequada (ótima) para se diferir uma decisão de investimento e que o método *stage-gate* não é uma maneira eficiente de conduzir o problema. O custo da espera é muito alto (alto dividendo) ou as incertezas sob a evolução do fluxo de caixa são baixas (baixa volatilidade), então, tome a decisão de investir caso o VPL for positivo! Neste caso, mesmo que se obtenha um valor de ou próximo a \$0 (zero) para a opção a interpretação analítica é significativa, indicando que não é ótima a decisão de esperar.

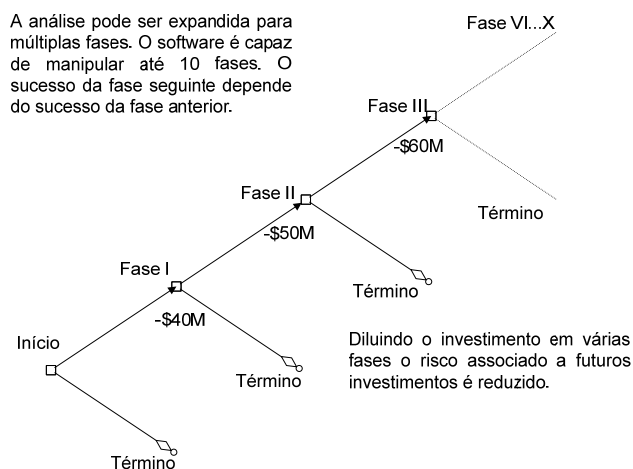


Figura 46 – Representação gráfica de uma Opção Composta Sequencial com múltiplas fases

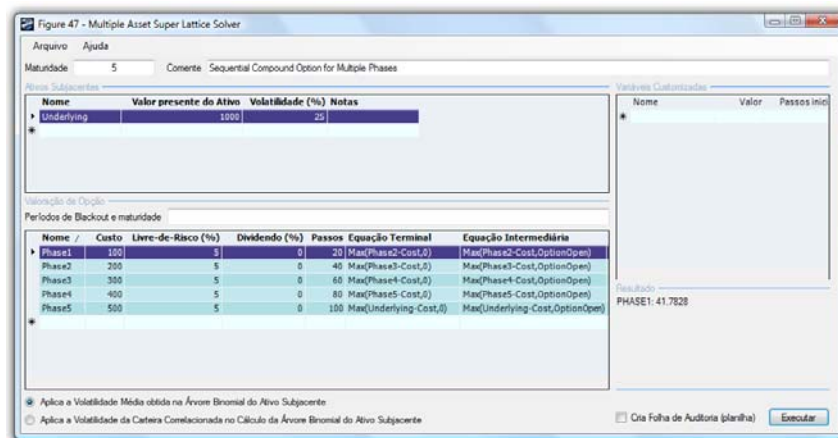


Figura 47 – Resolvendo uma Opção Composta Sequencial, multifase, com MSLS

2.10 Opções Compostas Seqüencial Customizadas

A modelagem de uma Opção Composta Seqüencial pode ser complicada com a adição de opções construídas especificamente para cada fase, como ilustrado na Figura 48 onde, em cada fase, pode haver diferentes combinações de opções mutuamente exclusivas, incluindo a possibilidade de: *encerrar* o investimento, *abandonar* e obter como retorno algum *valor salvado* (*salvage*), *expandir* o escopo do projeto em outro projeto (p.ex., replicando em projetos e expandindo em outras localidades geográficas), *contrair* o escopo do projeto obtendo alguma economia, ou *continuar* em uma nova fase. A aparência complexa da opção pode ser facilmente resolvida usando o MSLS como mostrado na Figura 49 (exemplo obtido no arquivo: *Multiple Phased Complex Sequential Compound Option*).

Um programa de P&D normalmente leva à criação de Propriedade Intelectual, que pode ser negociada (Abandono). Adicionalmente em qualquer fase do projeto é possível o contingenciamento (Contração) ou aceleração (Expansão) dependendo do resultado da fase anterior

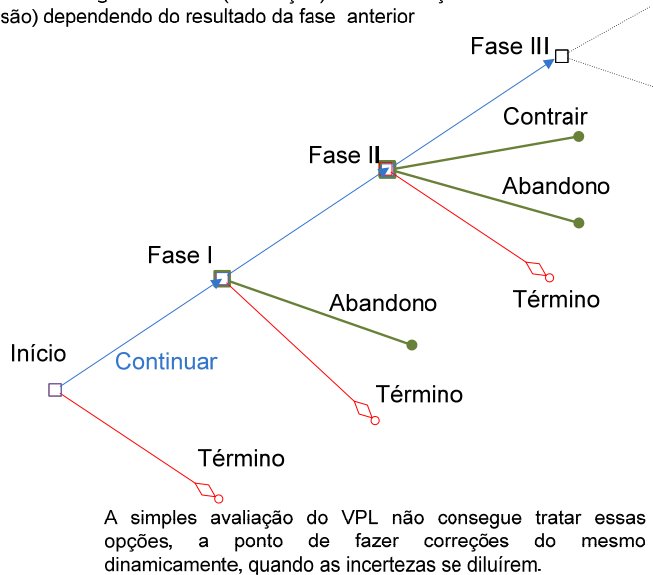


Figura 48 – Representação gráfica de uma complexa Opção Seqüencial Composta Multifase

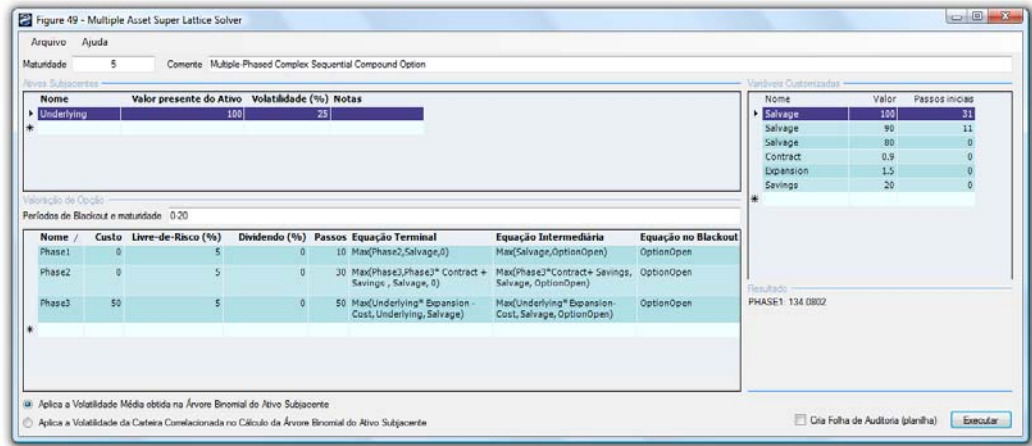


Figura 49 – Resolvendo uma Opção Composta Sequencial, multifase, complexa com MSLS

Detalhando o que é apresentado em MSLS na Figura 49 de uma opção sequencial foram utilizadas as seguintes definições de entrada:

- Fase 3:
 - Terminal: $\text{Max}(\text{Underlying} * \text{Expansion} - \text{Cost}, \text{Underlying}, \text{Salvage})$
 - Intermediário: $\text{Max}(\text{Underlying} * \text{Expansion} - \text{Cost}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$
 - Passos: 50
- Fase 2:
 - Terminal: $\text{Max}(\text{Phase3}, \text{Phase3} * \text{Contract} + \text{Savings}, \text{Salvage}, 0)$
 - Intermediário: $\text{Max}(\text{Phase3} * \text{Contract} + \text{Savings}, \text{Salvage}, \text{OptionOpen})$
 - Passos: 30
- Fase 1:
 - Terminal: $\text{Max}(\text{Phase2}, \text{Salvage}, 0)$
 - Intermediário: $\text{Max}(\text{Salvage}, \text{OptionOpen})$
 - Passos: 10

2.11 Opções Dependente do Caminho, Independente do Caminho, Mutuamente Exclusiva, não- Mutuamente Exclusiva, Combinação Aninhadas Complexas

Opções Compostas Sequenciais são **opções dependentes do caminho percorrido**, onde uma fase depende do sucesso da anterior, de forma contrária à **opção independente do caminho**, como as resolvidas pelo SLS. A Figura 49 mostra isso através de uma árvore complexa de estratégias, onde em algumas fases existem diferentes alternativas de decisão a serem tomadas. Essas alternativas de decisão podem ser **mutuamente exclusivas** ou **não-mutuamente exclusivas**. Além disso, em todos os casos pode haver diferentes e múltiplos ativos subjacentes (p.ex., O Japão tem um risco sobre o retorno de investimento ou características de volatilidade diferente do Reino Unido ou da Austrália). É possível se construir árvores binomial com múltiplos ativos subjacentes usando o MSLS e combinando-as de várias formas dependendo das características das opções. A seguir apresentaremos alguns exemplos de opções do tipo dependentes versus não-dependente e mutuamente exclusivas versus não-mutuamente exclusivas.

- **Opções independentes do caminho e mutuamente exclusivas:** Utiliza o SLS para resolver esses tipos de opções pela combinação de todas as opções em uma simples árvore binomial. Exemplos desse tipo incluem opções de expansão, contração, expansão. Essas são mutuamente exclusivas se não há possibilidade de expandir em outro país enquanto mantém a decisão de abandonar e vender a empresa local. Essas opções são independentes do caminho caso não exista restrição de momento de executá-la, ou seja, é possível expandir, contrair ou encerrar a qualquer instante, independente da data de vencimento da opção.
- **Opções independentes do caminho e não-mutuamente exclusivas:** Utilize o SLS para resolver esses tipos de opções executando cada opção não-mutuamente exclusiva de cada vez pelo SLS. Exemplos desse tipo incluem opção de expandir seu negócio no Japão, U.K., e Austrália. Essas não são ações mutuamente exclusivas caso seja possível escolher dentre qualquer combinação de países (p.ex., Japão apenas, Japão e U.K., U.K. e Austrália, etc.). Essas opções são do tipo independente do caminho, caso não haja restrição no momento de decisão, ou seja, é possível expandir em qualquer a qualquer momento até a data de vencimento da opção. Adicione os valores individuais obtidos para obter o valor total da opção investigada.
- **Opção Dependente e Mutuamente Exclusiva:** Utiliza o MSLS para solucionar esses tipos de opção pela combinação de todas as opções em uma única avaliação por árvore binomial. Exemplo desse tipo de análise inclui, por exemplo, opção de expandir em três países, como, Japão, U.K., e Austrália.

Embora, neste caso, a decisão de expansão é mutuamente exclusiva (se investir em um país inviabiliza o investimento simultâneo em outros) além de, em certos momentos, haver restrição de investimento em determinado(s) país(es) (p. ex., o investimento no Japão só é viável se ocorrer nos primeiros três anos da análise se comparado com U.K. que pode receber investimento imediatamente).

- **Opções Dependentes do Caminho e não-Mutuamente Exclusivas:** Utiliza o MSLS para resolver esse tipo de opção. Essas são opções típicas de investimento sequencial com múltiplas fases. Caso exista mais que uma opção não-mutuamente exclusiva re-execute o MSLS para cada opção. Exemplos desse tipo de opção incluem a avaliação da habilidade de entrar no Japão entre os anos 0 e 3, na Austrália entre os anos 3 e 6 e em U.K. a qualquer instante, entre 0 e 10. Cada estratégia desenhada não é mutuamente exclusiva caso seja possível entrar em mais de um país simultaneamente e são dependentes do caminho caso as decisões sejam temporalmente interdependentes.
- **Opções Aninhadas Combinatória:** Essas são uma das opções mais complicadas de serem modeladas e podem ser composta de qualquer combinação dos quatro tipos anteriormente apresentados. Adicionalmente, o fato de elas serem aninhadas uma na outra significa, por exemplo, o fato de uma opção de expansão no Japão ser precedida, necessariamente, de uma expansão na Austrália. Adicionalmente, a Austrália e U.K. estão em condições favoráveis mas não é possível executar simultaneamente U.K e o Japão (p.ex., existem restrições legais, regras *anti-trust*, considerações de mercado e estratégicas, restrições devido alianças estabelecidas, etc.). Para esses casos, desenhe todos os cenários possíveis como uma árvore de estratégias e use regras lógicas e conectores: IF, AND, OR, bem como declarações do tipo MAX no MSLS de forma a resolver esses tipos de opção. Por exemplo, SE entrar em U.K., tal ..., mas SE entrar na Austrália, ainda é possível entrar no Japão ou em U.K., mas NÃO no Japão E em U.K. .

2.12 Opções Compostas Simultâneas

Opções Compostas Simultâneas avaliam o valor estratégico de projetos quando o valor de um projeto depende do sucesso de dois ou mais investimentos a serem executados *simultaneamente*. A opção sequencial composta avaliava esses investimentos em estágios, um após o outro ao longo do tempo, enquanto a opção simultânea composta avalia essas alternativas de forma concorrente. Fica claro que uma avaliação sequencial é mais valiosa que uma simultânea pelo fato de estaquear o investimento. Observar que uma opção simultânea composta tem características similar a de uma Opção de Compra. Desse modo uma Opção Americana de Compra é um bom benchmark para esse tipo de opção. A Figura 50 mostra como uma Opção Simultânea Composta pode ser desenhada e resolvida utilizando o MSLS (o exemplo pode ser obtido no arquivo: *Simple Two Phased Simultaneous Compound Option*). De forma similar à análise da opção sequencial composta, a existência de valor da opção implica na existência da possibilidade de se diferir um investimento e aguarda uma melhor oportunidade ou informação devido a incertezas relevantes e riscos medidos pela *Volatilidade*. Entretanto, quando o custo da espera, como indicados pela *Taxa de Dividendos*, a opção de se esperar e diferir se torna menos valiosa, até o ponto de equilíbrio (*breakeven point*) onde o valor da opção é igual a 0(zero) e o valor estratégico do projeto é igual ao seu VPL. Esse ponto de equilíbrio sinaliza ao tomador de decisão a relação entre as incertezas inerente do projeto e o custo da espera para executar o projeto. A mesma análise pode ser estendida para opções simultâneas compostos de múltiplos investimentos como apresentado na Figura 51 (exemplo pode ser obtido no arquivo: *Multiple Phased Simultaneous Compound Option*).

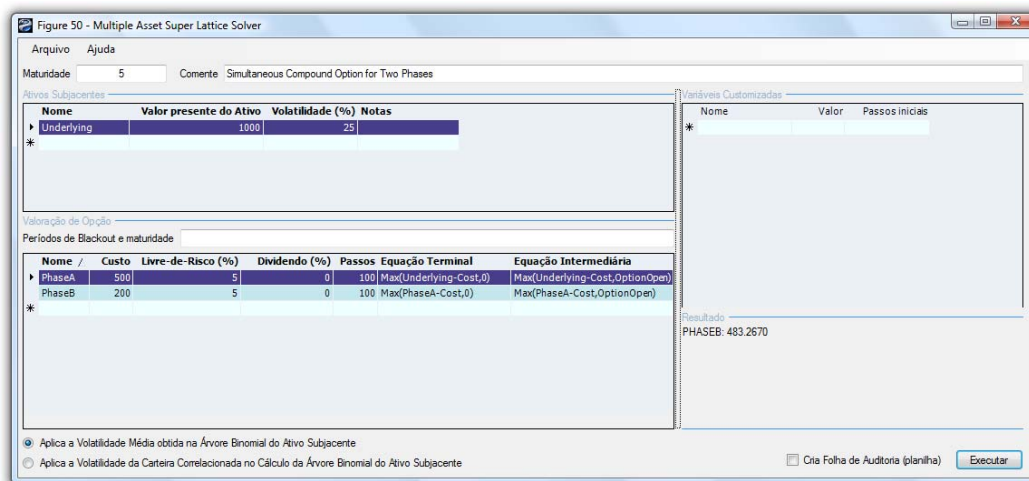


Figura 50 – Solucionando Opção Simultânea Composta com MSLS

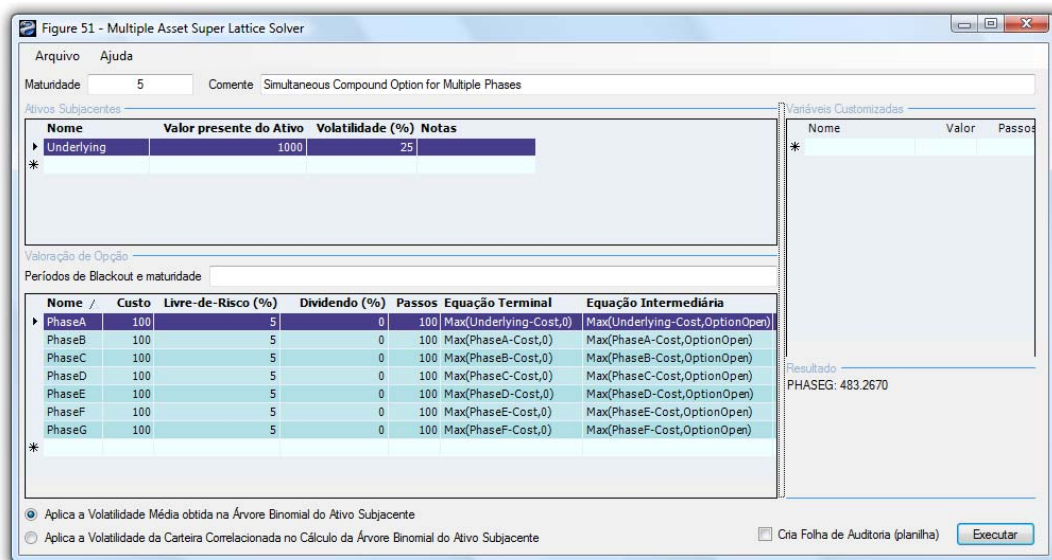


Figura 51 – Solucionando Opção Composta Simultânea com Múltiplos Investimentos com o MSLS

2.13 Opções Americana e Européia usando Árvore Trinomial

A construção e solução de árvore trinomial é similar a construção e solução da árvore binomial, avaliando as possibilidades de subida e descida do valor do ativo e achando as probabilidades neutra ao risco, embora seja um pouco mais complicada devido a existência de mais ramos em cada nó. No limite, tanto binomial quanto a trinomial chegam ao mesmo resultado, como visto na tabela a seguir apresentada. Entretanto, a complexidade na construção da árvore trinomial seja bem maior que a binomial. A única razão de se utilizar uma árvore trinomial é pelo fato de haver uma convergência mais rápida do resultado. Na mesma tabela citada, podemos observar que uma árvore trinomial atinge o valor correto com menos passos que a binomial (1.000 comparado com 5.000). Devido a que ambas as modelagens obterem o mesmo resultado num limite factível e pelo fato da modelagem trinomial ser computacional mais custoso que a binomial essa é mais utilizada. Não obstante, o modelo trinomial é utilizado quando o ativo subjacente apresenta característica de *processo de reversão à média*.

Passos	5	10	100	1.000	5.000
Árvore Binomial	\$30,73	\$29,22	\$29,72	\$29,77	\$29,78
Árvore Trinomial	\$29,22	\$29,50	\$29,75	\$29,78	\$29,78

A Figura 52 apresenta outro exemplo de opção com modelagem multinomial. A opção de compra America da é calculada em \$31,99 com 5-passos de uma trinomial e apresenta resultado semelhante a uma binomial com 10-passos conforme apresentado na Figura 53. Devido a utilizar menos tempo e recurso computacional, o SLS e o MSLS utiliza árvores binomiais ao invés de trinomial ou multinomial. A única vez que a árvore trinomial é realmente útil é quando o ativo subjacente possui característica de processo de reversão à média. Nesses casos, utilize o módulo MNLS. Quando se utiliza o MNLS, a semelhança dos anteriores é possível adicionar ou modificar os parâmetros de entrada e as condições de decisão (equações) bem como criar variáveis de decisão no mesmo conceito já abordado para os módulos SLS e MSLS bem como exemplos já apresentados neste Manual.

Figura 52 – Solução de uma árvore trinomial simples

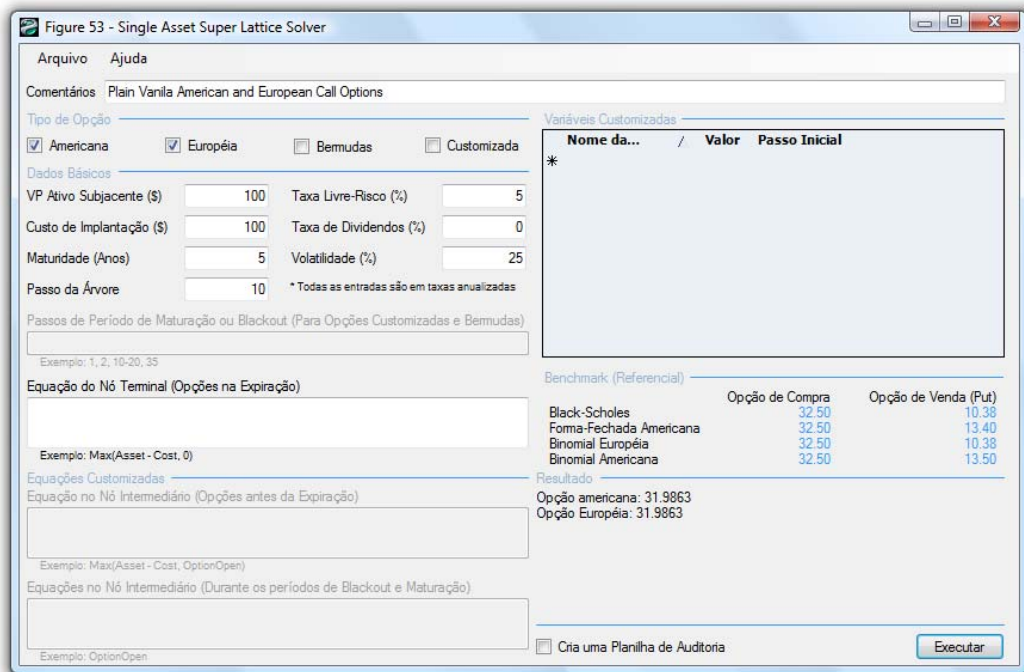


Figura 53 – Comparação de resultado de árvore binomial com 10-passos

2.14 Opções Reversão a Média Americana e Européia usando Árvore Trinomial

A Opção Reversão à Média em MNLS calcula ambos os tipos Americana e Européia para um ativo subjacente com característica de processo com reversão à média. O processo estocástico com reversão à média tem a característica de que seu valor a Longo Prazo tende a retornar ao seu valor médio (*Nível de Taxa de Longo-Prazo*) a uma taxa específica (*Taxa de Reversão*). Exemplo desse tipo de processo são taxas de inflação, taxas de juros, taxa de crescimento do PIB, taxa de produção ótima, preço do gás natural, e outros. Certas variáveis sucumbem tanto a tendência natural quanto condições econômicas/negócio para reverter a um nível de tendência de longo prazo quando os níveis atuais desgarram muito, tanto acima quanto abaixo dessa tendência. Por exemplo, política fiscal e monetária poderá prevenir a economia de grandes flutuações, enquanto políticas de metas tendem apontar para um valor a ser atingido em longo prazo. A Figura 54 ilustra um processo estocástico regular (linha pontilhada em vermelho) versus processo estocástico com reversão à média (linha sólida). Claramente o processo de reversão à média com seus efeitos de amortecimento possui um nível de incerteza menor que um processo regular com a mesma medida de volatilidade.

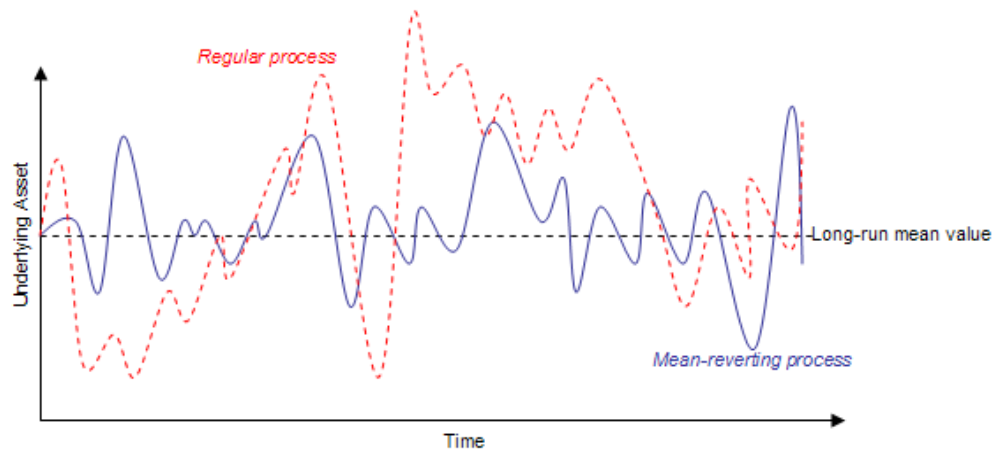


Figura 54 – Reversão à Média em Ação

A Figura 55 apresenta uma *Call* e uma *Put* modeladas com uso de árvore trinomial contra *Call* e *Put* assumindo um ativo subjacente com tendência de reversão à média (RM). Neste caso vários pontos merecem ser ressaltados:

- Uma *Call* RM < *Call* Regular devido o efeito do amortecimento do ativo devido o processo de reversão à média. O ativo com RM não variará com tanta intensidade quanto um ativo normal.
- Inversamente, uma *Put* RM > *Put* Regular porque o valor do ativo não terá variações tão grandes, indicando que haverá uma grande chance do valor do ativo variar em torno do VP do ativo e uma probabilidade maior de ficar abaixo do VP do Ativo, fazendo com que a opção de venda fique mais valiosa.
- Com o efeito amortecimento, a *Call* RM e a *Put* RM (\$18,62 e \$18,76) são mais simétricas em valor do que as regulares (\$31,99 e 13,14).
- A *Call* regular Americana = a *Call* regular Européia porque sem distribuição de dividendos, nunca será ótimo o exercício antecipado. Contudo, devido a tendência de reversão à média a possibilidade de exercício antecipado se torna valioso, especialmente antes de um decréscimo do valor do ativo. Então, vemos que uma *Call* RM Americana > *Call* RM Européia, mas esses valores são menores que no caso de opções *Call* regular.

Figure 55A - Multinomial Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentário American Call Option with a Mean-Reverting Underlying Asset using a Trinomial Lattice

Tipo de Árvore

☒ Trinomial ☒ Reversão à Média Trinomial ☐ Difusão com Saltos Quadrinomial ☐ Arco-íris com dois ativos Pentanomial

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

VP Ativo Subjacente 2 (\$) Taxa de Longo Prazo (%) 100

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Reversão (%) 10

Volatilidade (%) 25 Risco de Mercado 0

Volatilidade 2 (%) Taxa de Salto (%)

Livre-de-risco (%) 5 Intensidade do Salto (.)

Maturidade (anos) 5 Correlação (.)

Passos da Árvore 5 * Todos os dados são com taxas anualizadas

Passos durante Blackout ou período de carência

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação no Nó terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost,0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da expiração)

Max(Asset-Cost,OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações Nó Intermediários (Período de Blackout e carência)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Resultado

Árvore Trinomial: 31.9863

Árvore Trinomial de Reversão à Média: 18.6183

Executar

Figure 55B - Multinomial Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentário: American Put Option with a Mean-Reverting Underlying Asset using a Trinomial Lattice

Tipo de Árvore

☒ Trinomial ☒ Reversão à Média Trinomial ☐ Difusão com Saltos Quadrinomial ☐ Arco-íris com dois ativos Pentanomial

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

VP Ativo Subjacente 2 (\$) Taxa de Longo Prazo (%) 100

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Reversão (%) 10

Volatilidade (%) 25 Risco de Mercado 0

Volatilidade 2 (%) Taxa de Salto (%)

Livre-de-risco (%) 5 Intensidade do Salto (.)

Maturidade (anos) 5 Correlação (.)

Passos da Árvore 5 * Todos os dados são com taxas anualizadas

Passos durante Blackout ou período de carência

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação no Nó terminal (Opções na Expiração)

Max(Cost-Asset, 0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da expiração)

Max(Cost-Asset, OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações Nó Intermediários (Período de Blackout e carência)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Resultado

Árvore Trinomial: 13.1408

Árvore Trinomial de Reversão à Média: 18.7595

Executar

Figura 55A e 55B – Comparando Opção *Call* e *Puts* RM com *Calls* and *Puts* regular

Outros fatos de interesse relativos a opções com processos de reversão à média:

- Quanto maior (menor) a taxa do nível de longo prazo, maior (menor) o valor da *Call*
- Quanto maior (menor) a taxa do nível de longo prazo, menor (maior) o valor da *Put*.

Finalmente, cuidado quando modelar uma opção com reversão à média com árvores com mais passos são necessárias e certas combinações de taxas de reversão, taxa de nível de longo prazo podem levar a um processo sem solução com árvore trinomial. Quando isso ocorrer o MNLS retornará uma mensagem de erro.

2.15 Opção de Difusão com Salto usando Árvore Quadrinomial

Opções de Compra e Venda Difusão com Salto tanto para o tipo Americana quanto Européia são resolvidas com aplicação de árvore quadrinomial. Este modelo é apropriado quando a variável subjacente segue o processo estocástico de difusão com saltos. Na Figura 56 é apresentado um ativo subjacente modelado com esse tipo de processo. Saltos são comuns em certas variáveis econômicas tais como preço de petróleo e preço de gás natural onde os preços inesperadamente mudam de patamar, com saltos (p.ex., durante o evento de uma guerra). A frequência de saltos da variável é chamada de *Taxa de Salto* e a magnitude de cada salto é chamada de *Intensidade do Salto*.

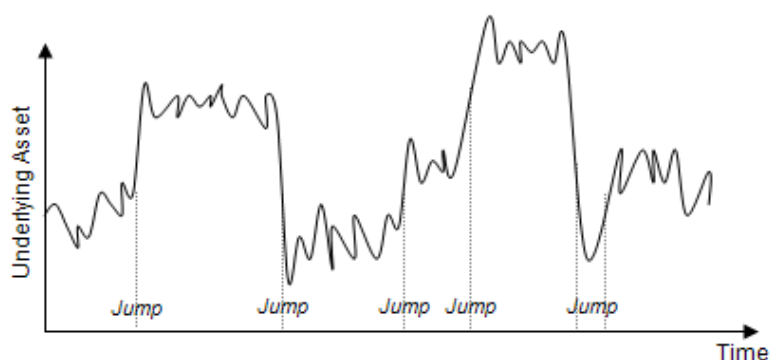


Figura 56 – Processo de Difusão com Salto

A árvore binomial somente é capaz de capturar um processo estocástico sem saltos (p.ex., processos Movimento Browniano e Passeio Aleatório) mas quando existe a probabilidade de ocorrer um salto (embora seja uma pequena probabilidade que siga uma Distribuição de Poisson), ramos adicionais são necessários. A árvore quadrinomial (quatro ramos em cada nó) é utilizada para capturar esses saltos como representado na Figura 57.

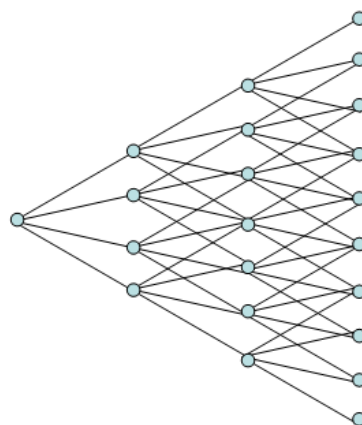


Figura 57 – Árvore Quadrinomial

Deve-se observar que devido a complexidade dos modelos, alguns cálculos adicionais com uma árvore estendida pode levar a uma grande demora na solução da mesma. Além do mais, certas combinações de entrada podem levar a probabilidade implícita negativa ‘neutra-ao-risco’, resultando numa árvore não processável. Nesses casos verifique se os dados de entrada estão informados corretamente (p.ex., *Intensidade de Salto* deve exceder ao valor 1(um), onde 1(um) representa não salto, verifique combinações equivocadas para *Taxa de Salto*, *Tamanho de Saltos* e quantidade de *Passos na Árvore*). A probabilidade de ocorrer um salto pode ser calculada como o produto da *Taxa de Salto* e o intervalo-passo δt . A Figura 58 ilustra um exemplo de opção de difusão com salto analisado por árvore quadrinomial (o arquivo deste exemplo pode ser obtido em: *MNLS – Jump Diffusion Calls and Puts Using Quadrinomial Lattices*). Observar que a *Call* e *Puts* Difusão com Salto são mais valiosas que opções regulares. Isto é devido aos saltos positivos (10% de probabilidade ao ano com um tamanho médio de salto de 1,5 vezes sob o valor prévio) do ativo subjacente, a *Call* e a *Put* são mais valiosas mesmo com o mesmo nível de volatilidade. Caso um problema real tenha mais de 2 (dois) ativos subjacente, use tanto o MNLS e/ou o “software Risk Simulator” para simular as trajetórias do ativo subjacente e capturar os efeitos da interatividade no modelo do VPL.

Figure 58 - Multinomial Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentário: American Call Option with Trinomial, Trinomial Mean-Reversion and Jump Diffusion Models

Tipo de Árvore

☒ Trinomial ☒ Reversão à Média Trinomial ☒ Difusão com Saltos Quadrinomial ☐ Arco-Íris com dois ativos Pentanomial

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa de Dividendos (%)	0
VP Ativo Subjacente 2 (\$)	10	Taxa de Longo Prazo (%)	100
Custo de Implantação (\$)	100	Taxa de Reversão (%)	10
Volatilidade (%)	25	Risco de Mercado	0
Volatilidade 2 (%)	25	Taxa de Salto (%)	10
Livre-de-risco (%)	5	Intensidade do Salto (.)	1.5
Maturidade (anos)	5	Correlação (.)	0
Passos da Árvore	5	* Todos os dados são com taxas anualizadas	

Passos durante Blackout ou período de carência

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação no Nó terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost,0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da expiração)

Max(Asset-Cost,OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações Nó Intermediários (Período de Blackout e carência)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Resultado

Árvore Trinomial: 31.9863
 Árvore Trinomial de Reversão à Média: 18.6183
 Árvore Quadrinomial de Difusão com Saltos: 34.6900

Executar

Figura 58 – Resultados com uso de Árvore Quadrinomial para solução de Opções de Difusão com Salto

2.16 Opções com Variável Dual tipo Rainbow usando Árvore Pentanomial

A Opção com Variável Dual, tipo Rainbow ou Arco-Íris, tanto para Americana quanto Européia requerem o uso de *Árvore Pentanomial*. O Arco-Íris que surge no horizonte após uma chuva compreende um conjunto de cores do espectro visível e as opções Arco-Íris a despeito de não apresentarem tantas cores como sua contra-parte da física, elas adquiriram esse nome pela sua característica representarem dois ou mais ativos subjacentes simultaneamente. Em contraste às opções regulares, o valor de uma opção Arco-Íris é determinada pelo comportamento de dois ou mais variáveis subjacentes e suas correlações. Isto é, o valor de uma opção Arco-Íris é determinado pelo desempenho de duas ou mais variáveis subjacentes. Este modelo é apropriado quando existem duas variáveis subjacentes na opção (p.ex., *Preço do Ativo* e *Quantidade*) onde cada um flutua com volatilidades distintas, mas ao mesmo tempo são correlacionadas (Figura 59). Essas duas variáveis são usualmente correlacionadas no mundo real e o valor do ativo subjacente é o produto do preço e da quantidade. Devido a diferentes volatilidades uma *Árvore Pentanomial* com 5(cinco) ramos em cada nó é utilizada para capturar todas as possibilidades de combinação desse produto (Figura 60). Atenção, contudo, com certas combinações que podem ser impossíveis de serem tratadas devido a ocorrência de probabilidade negativa. Caso esses resultados apareçam um aviso será enviado. Tente diferentes combinações de entrada bem como árvores com mais passos para compensar.

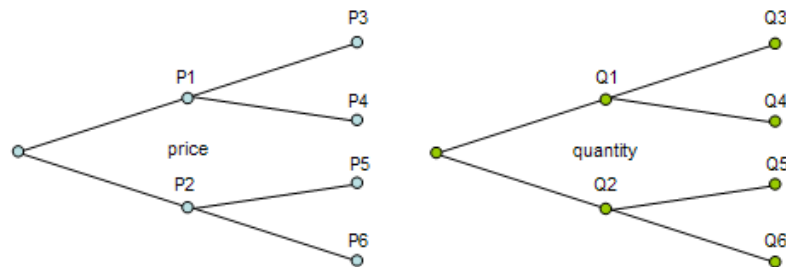


Figura 59 – Duas árvores binomiais (Preço e Quantidade do Ativo)

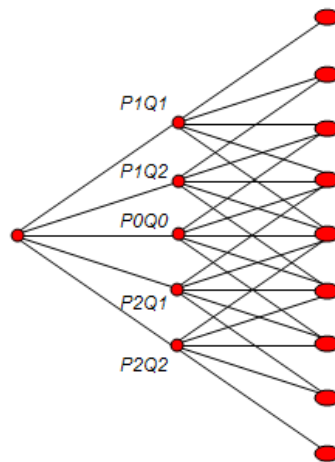


Figura 60 – Árvore Pentanomial (Combinando duas Binomiais)

A figura 61 apresenta um exemplo de Opção Arco-Íris com Ativo Dual (exemplo pode ser obtido no arquivo: *MNLS – Dual-Asset Rainbow Option Pentanomial Lattice*). Observe que devido uma alta correlação dos ativos fará crescer ambas as opções *Call* e *Put*. Isso é motivado pelo fato de que se ambos os elementos subjacente caminham na mesma direção, existe uma alta volatilidade associada ao conjunto (preço e quantidade podem flutuar entre alto-alto e baixo-baixo, gerando um alto valor do ativo subjacente). Em contraste, uma correlação negativa causará uma redução da volatilidade do ativo resultante e conseqüentemente das opções *Call* e *Put*. A correlação deve variar entre -1 e +1.

Figura 61 – Árvore Pentanomial Solucionando Opção com Ativos Dual tipo Rainbow

2.17 Opção Americana e Européia com Barreira Inferior

A *Opção com Barreira Inferior* mede o valor estratégico de uma opção (tanto aplicado a opções de Compra quanto de Venda) que venham a ficar tanto *in-the-money* quanto *out-of-the-money* quando o *Valor do Ativo* atinge (toca) uma *Barreira Inferior* artificial. Por esta razão, uma opção do tipo *Down-and-In* (tanto para *Calls* quanto para *Puts*) indica que a opção se torna “viva” quando o ativo toca na barreira inferior. De modo inverso, uma opção do tipo *Down-and-Out* se torna “viva” quando o ativo não atinge a barreira inferior.

Exemplos desse tipo de opção incluem acordos contratuais onde caso um determinado limite inferior é atingido é disparado algum evento ou cláusula. O valor da opção com barreira normalmente é inferior que uma opção padrão, pois a primeira será avaliada numa amplitude de valores menor que a padrão. O detentor da opção com barreira perde um pouco da flexibilidade da opção padrão e por isso seu valor é inferior. Um exemplo desse tipo de opção é um acordo contratual onde o subscritor ficar isento de algumas cláusulas caso o bem ou o projeto rompa a barreira estabelecida.

A Figura 62 mostra uma Opção com Barreira Inferior para uma Opção de Compra tipo *Down-and-In*. Observe que o valor é apenas de \$7,3917, muito inferior à opção Americana que vale \$42,47. Isto é devido ao fato da existência da barreira inferior com valor de \$90. Isto significa que todo o potencial de ganho que uma opção regular possa ter será reduzido significativamente e a opção apenas poderá ser exercida caso o ativo caia abaixo do seu valor inferior de \$90 (arquivo exemplo utilizado: *Barrier Option – Down and In Lower Barrier Call*). Para tornar esse tipo de opção *factive* seu valor deve situar-se entre o *valor inicial do ativo* e o *custo de implantação*. Caso o limite esteja acima do valor inicial trata-se de uma opção com barreira superior. Caso a barreira tenha um valor inferior ao custo de implantação então a opção será “sem valor” em todos os casos. A região quando a barreira se situa entre o lançamento e o custo de implantação é que apresenta potencialmente algum valor. Por outro lado, o valor da opção está relacionado à volatilidade. Utilizando os mesmos parâmetros apresentados na a Figura 62 e mudando as taxas livre-de-risco e volatilidade observamos o seguinte:

- Com volatilidade de 75%, o valor da opção é \$4.34
- Com volatilidade 25%, o valor da opção é \$3.14
- Com volatilidade 5%, o valor da opção é \$0.01

Quanto menor a volatilidade, menor a probabilidade de que a flutuação do ativo seja suficiente para atingir a barreira de tal forma que a opção seja exercida. Pelo balanceamento entre a taxa de volatilidade e a barreira inferior é possível se estabelecer limites ótimos para as barreiras.

Em outra figura é mostrado uma opção de compra tipo *Down-and-Out* com barreira inferior (Figura 63). Nela, caso o ativo rompa a barreira inferior a opção não pode ser exercida. Quanto maior o valor da barreira menor o valor da opção. Opções de Compra

podem obter um maior valor quanto maior é o valor inicial do ativo subjacente e vice-versa (arquivo com exemplo: *Barrier Option – Down and Out Lower Barrier Call*). Por exemplo:

- Caso a barreira inferior seja \$90, o valor da opção é \$42.19
- Caso a barreira inferior seja \$100, o valor da opção é \$41.58

As Figuras 62 e 63 ilustram opções Americanas com Barreira. Para mudar para opções Europeias altere a equação do Nó Intermediário para *OptionOpen*. Adicionalmente para certos tipos de contratos, pode haver exigências de períodos de carência. Nesse caso o tipo de opção que deve ser assinalada é Bermuda. Para resolver essa opção, mantenha a mesma equação no Nó Intermediário utilizada no tipo anterior, mas na Equação do Nó Intermediário (durante o Período de Carência) coloque a variável *OptionOpen* e informe a duração (início e fim) da carência em *Blackout steps and Vesting period*. Finalmente caso o alvo (barreira) varia ao longo do tempo, introduza várias variáveis customizadas com nome *Barrier* com diferentes valores e indicação do passo quando ocorre.

Figure 62 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Lower Barrier Down and In Call. This option is live only when the asset value breaches the lower barrier.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Europeia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa Livre-Risco (%)	5
Custo de Implantação (\$)	80	Taxa de Dividendos (%)	0
Maturidade (Anos)	5	Volatilidade (%)	25
Passo da Árvore	100	* Todas as entradas são em taxas anualizadas	

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: *OptionOpen*

Varáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Barrier	90	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	42.47	4.77
Forma-Fechada Americana	42.47	5.79
Binomial Europeia	42.47	4.77
Binomial Americana	42.47	5.87

Resultado

Opção personalizada: 7.3917

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 62 – Opção Americana com Barreira Inferior tipo *Down and In Lower*

Figure 63 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Lower Barrier Down and Out Call. This option is live only when the asset value doesn't breach the lower barrier.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa Livre-Risco (%)	5
Custo de Implantação (\$)	80	Taxa de Dividendos (%)	0
Maturidade (Anos)	5	Volatilidade (%)	25
Passo da Árvore	100	* Todas as entradas são em taxas anualizadas	

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Barrier	90	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	42.47	4.77
Forma-Fechada Americana	42.47	5.79
Binomial Européia	42.47	4.77
Binomial Americana	42.47	5.87

Resultado

Opção personalizada: 42.1937

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 63 – Opção Americana com Barreira Inferior *Down and Out*

2.18 Opção Americana e Européia com Barreira Superior

Uma Opção com Barreira Superior mede o valor estratégico de uma opção (para ambos *Calls* e *Puts*) que venha ficar *in-the-money* ou *out-of-the-money* quando o ativo subjacente toca em uma barreira superior artificial cujo valor é superior ao Valor Inicial. Desse modo, uma opção do tipo *Up-and-In* (para *Calls* e *Puts*) indica que a opção começa a ficar “viva” caso o valor do ativo atinja a barreira superior. Ao contrário, para uma opção do tipo *Up-and-Out* a mesma é válida caso o ativo não tenha atingido a barreira superior. O funcionamento desse tipo de opção é bastante parecido à opção com barreira inferior, sendo que agora o limite se encontra acima do valor inicial do ativo. De forma geral temos a seguinte ordem de grandeza: Barreira Superior > Custo de Implantação e também Barreira Superior é usualmente > valor Inicial do Ativo.

Exemplos dessa opção incluem acordos contratuais onde caso uma barreira superior seja atingida é disparado algum evento ou cláusula. Os valores desse tipo de opção são usualmente menores que uma opção padrão, de tal forma que a opção com barreira terá uma abrangência de valores menor que uma opção padrão. O detentor de uma opção com barreira perde um pouco do valor da opção tradicional e por esse motivo é vendida por um menor preço. Um exemplo vem a ser um acordo contratual onde o subscritor do contrato é submetido ou excluído de algumas condições e obrigações caso o ativo ou projeto rompa o valor da barreira.

A Opção Americana com Barreira Superior tipo *Up-and-In* tem um valor ligeiramente inferior que uma Opção Compra Americana regular conforme é vista na Figura 64. Isto é devido ao fato de que parte da opção é perdida quando o ativo está entre o valor do custo de implantação e o valor da barreira. Vemos claramente que quanto maior o valor da barreira superior menor o valor da opção do tipo *Up-and-In* pela perda da possibilidade da opção ser exercida quando o ativo se encontra abaixo da barreira (exemplo no arquivo: *Barrier Option – Up and In Upper Barrier Call*). Por exemplo:

- Quando a barreira superior é \$110, o valor da opção é \$41.22
- Quando a barreira superior é \$120, o valor da opção é \$39.89

Em contraste, uma opção barreira do tipo *Up-and-Out* é bem pior porque essa barreira truca o potencial de subida da opção. A Figura 65 mostra o cálculo dessa opção. Vemos claramente que quanto maior a barreira superior maior o valor da opção será (exemplo no arquivo: *Barrier Option – Up and Out Upper Barrier Call*). Por exemplo:

- Quando a barreira superior é \$110, o valor da opção é \$23.69
- Quando a barreira superior é \$120, o valor da opção é \$29.59

Finalmente, observe alguns itens que levam ao não exercício de opções com barreira:

- Opções Call com Barreira Superior tipo *Up-and-Out* quando a Barreira Superior $\leq$ Custo de Implantação, então a opção é sem valor

- Opções Call com Barreira Superior tipo Up-and-Ins quando Barreira Superior $\leq$ Custo de Implantação, então a opção com barreira se transforma numa opção simples.

Exemplos de Opções com Barreira Superior são opções contratuais. Exemplos típicos são:

- O fabricante que contratualmente concorde em não vender seu produto a um preço maior que um valor de barreira superior pré-definido.
- Um cliente que concorda em pagar o preço de Mercado de um bem ou produto até um determinado valor, mas o contrato é cancelado se o preço excede um valor limite superior pré-estabelecido.

As Figuras 64 e 65 ilustram as Opções Americanas com Barreira. Para alterar para uma Opção Européia indique no campo de Equação do Nó Intermediário a variável *OptionOpen*. Adicionalmente, para alguns tipos de opções contratuais, um período de carência poderá ser estabelecido. Para tal utilize a opção Bermuda mantendo as mesmas condições anteriores, mas acrescentando a variável s informações do período *OptionOpen* no campo de Equações nos Nós Intermediários (durante o período de carência) e os passos onde essa carência é válida no campo relativo aos passos da carência.

Figure 64 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Upper Barrier Option Up and In Call. This option is live only when the asset value breaches the upper barrier.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa Livre-Risco (%)	5
Custo de Implantação (\$)	80	Taxa de Dividendos (%)	0
Maturidade (Anos)	5	Volatilidade (%)	25
Passo da Árvore	100	* Todas as entradas são em taxas anualizadas	

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, 0)$

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

Exemplo: $\text{Max}(\text{Asset} - \text{Cost}, \text{OptionOpen})$

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: *OptionOpen*

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Barrier	110	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	42.47	4.77
Forma-Fechada Americana	42.47	5.79
Binomial Européia	42.47	4.77
Binomial Americana	42.47	5.87

Resultado

Opção personalizada: 41.2242

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Figura 64 – Opção Americana com Barreira Superior tipo *Up-and-In*

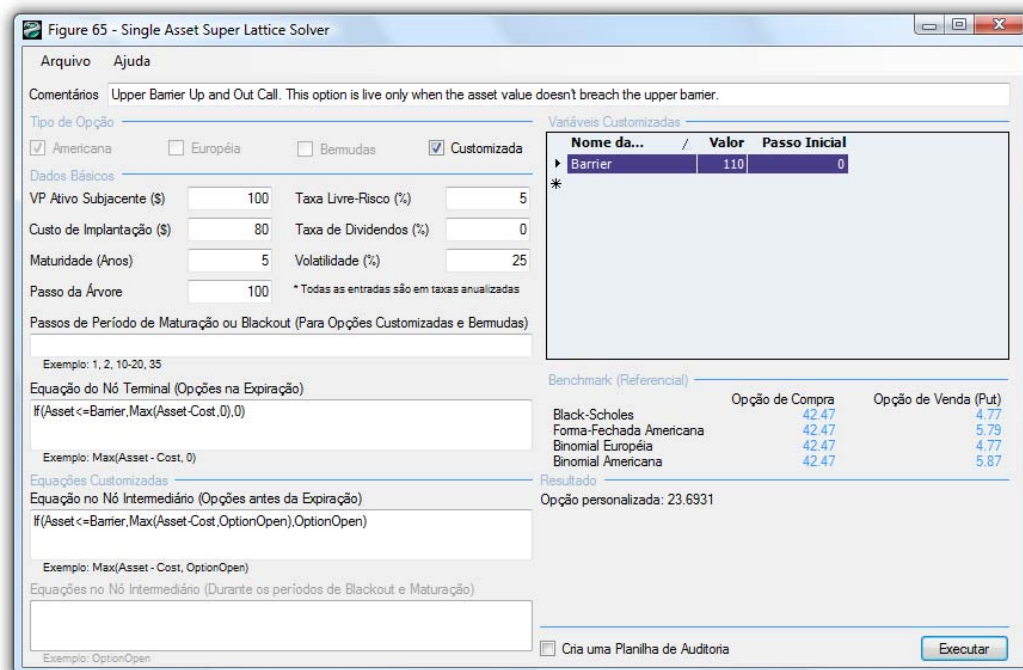


Figura 65 – Opção Americana com Barreira Superior do tipo *Up-and-Out*

2.19 Opções Americanas e Européias com Dupla barreira e Barreiras Exóticas

A *Opção com Dupla Barreira* é resolvida utilizando árvore binomial. Esse modelo mede o valor estratégico de uma opção (aplicado a *Calls* e *Puts*) que ficam tanto *in-the-money* quanto *out-of-the-money* quando o *Valor do Ativo* toca ou na *Barreira Superior* ou na *Barreira Inferior*. Por essa razão, uma opção do tipo *Up-and-In* e *Down-and-In* (para ambos Call e Put) indicam que a opção se torna “viva” caso o ativo atinja as barreiras superior ou inferior. De modo inverso, um opção dos tipos *Up-and-Out* e *Down-and-Out* se torna “viva” quando o ativo nem toca a *Barreira Superior* nem a *Inferior*. Exemplos desse tipo de opção incluem acordos contratuais onde, caso uma barreira é atingida certas cláusulas ou eventos são acionados. O valor de uma opção com barreira é menor que uma opção padrão.

A figura 66 ilustra uma Opção Americana com Barreira do tipo *Up-and-In*, *Down-and-In*. Essa é uma combinação das opções individuais apresentadas anteriormente. A mesma lógica pode ser adotada no caso de Dupla Barreira. Nessa figura observamos a opção resolvida pelo software SLS.

Para alterar as condições para obtermos uma opção Européia é necessário alterar as condições da Equação do Nó Intermediário para *OptionOpen*. Adicionalmente, para alguns tipos de opções, podem ser impostos períodos de carência. Esse tipo de opção chamada de Bermuda, pode ser solucionada mantendo a condição anterior acrescentando nos Nós de Equação Intermediária a variável *OptionOpen* e no período de carência

indicar os passos onde a carência deve ser observada. Caso o valor da barreira seja alterado ao longo do tempo indique isso nas variáveis nominadas **Barrier** indicando o valor e o passo onde esse valor se torna válido.

As opções com barreiras exóticas são opções com combinação de diversos tipos de barreiras. Por exemplo, uma opção de expansão poderá ser exercida apenas se o VP do Ativo exceder um determinado limite, ou uma opção de contração num contrato de terceirização da fabricação poderá ser executado apenas quando o valor cair abaixo do ponto de *breakeven*. De novo, essas opções podem ser facilmente modeladas no software SLS.

Figure 66 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Double Barrier Up & In, Down & In Call. This option is live only when the asset value breaches either barrier.

Tipo de Opção

☒ Americana ☐ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 80 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 5 Volatilidade (%) 25

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

if (Asset <= LowerBarrier | Asset >= UpperBarrier, Max(Asset - Cost, 0), 0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

if (Asset <= LowerBarrier | Asset >= UpperBarrier, Max(Asset - Cost, OptionOpen), OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
LowerBarrier	90	0
UpperBarrier	110	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	42.47	4.77
Foma-Fechada Americana	42.47	5.79
Binomial Européia	42.47	4.77
Binomial Americana	42.47	5.87

Resultado

Opção personalizada: 41.9996

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 66 – Opção com Barreira Dupla tipo *Up-and-In, Down-and-In*

3

SEÇÃO III – OPÇÕES DE AÇÃO DE EMPREGADOS

3.1 ESO Americana com período de carência

A figura 67 ilustra como uma opção de participação acionária para empregados (ESO) com um período de carência (*vesting period*) e datas de impedimento de exercício (blackout) pode ser modelada. Introduza o período de impedimento (0-30). Pelo fato do período de impedimento ter sido usado, será necessário definir uma ação no campo Equação Terminal (TE), no campo Equação Intermediária (IE) e no campo de Duração da Equação Intermediária de Carência e Impedimento (IEV). Informe a condição $\text{Max}(\text{Stock-Strike}, 0)$ no campo TE; $\text{Max}(\text{Stock-Strike}, 0, \text{OptionOpen})$ no campo IE e OptionOpen no campo IEV (observe o exemplo utilizado no arquivo: *ESO Vesting*). Isso representa a condição para que a opção seja executada ou deixada expirar sem valoração ao término do contrato; exercida antecipadamente ou deixada em aberto durante os nós intermediários; deixar as opções aberta sem executar durante o período de carência ou impedimento. Na figura 67 observamos que o valor resultante é de \$49,73 fato que pode ser corroborado com o uso do Toolkit de Valoração ESO (Figura 68). O Toolkit de Valoração ESO é outro software desenvolvido pela *Real Options Valuation, Inc.*, especialmente projetado para resolver esse tipo de problema de opção de participação acionária para empregados (ESO) segundo a norma americana de 2004 (FAS 123). De fato, esse software foi utilizado pela Câmara de Padrões Contábeis e Financeiros (FASB) para modelagem do exemplo utilizado na Norma FAS123 de dezembro de 2004, onde se sugere a leitura do livro *Valuing Employee Stock Options* (Wiley 2004) escrito pelo Dr. Johnathan Mun.

Figure 67 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários: Employee Stock Option with a vesting period.

Tipo de Opção

☒ Americana ☐ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5
 Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 3
 Maturidade (Anos) 10 Volatilidade (%) 50
 Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)
 0-39
 Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)
 Max(Asset-Cost, 0)
 Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)
 Max(Asset-Cost, 0, OptionOpen)
 Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)
 OptionOpen
 Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
*		

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	45.42	31.98
Forma-Fechada Americana	50.03	40.52
Binomial Européia	45.41	31.98
Binomial Americana	50.17	40.85

Resultado
 Opção personalizada: 49.7310

☐ Cria uma Planilha de Auditoria Executar

Figura 67 – Resultado com SLS de uma Opção com Carência

American Option with Vesting Requirements

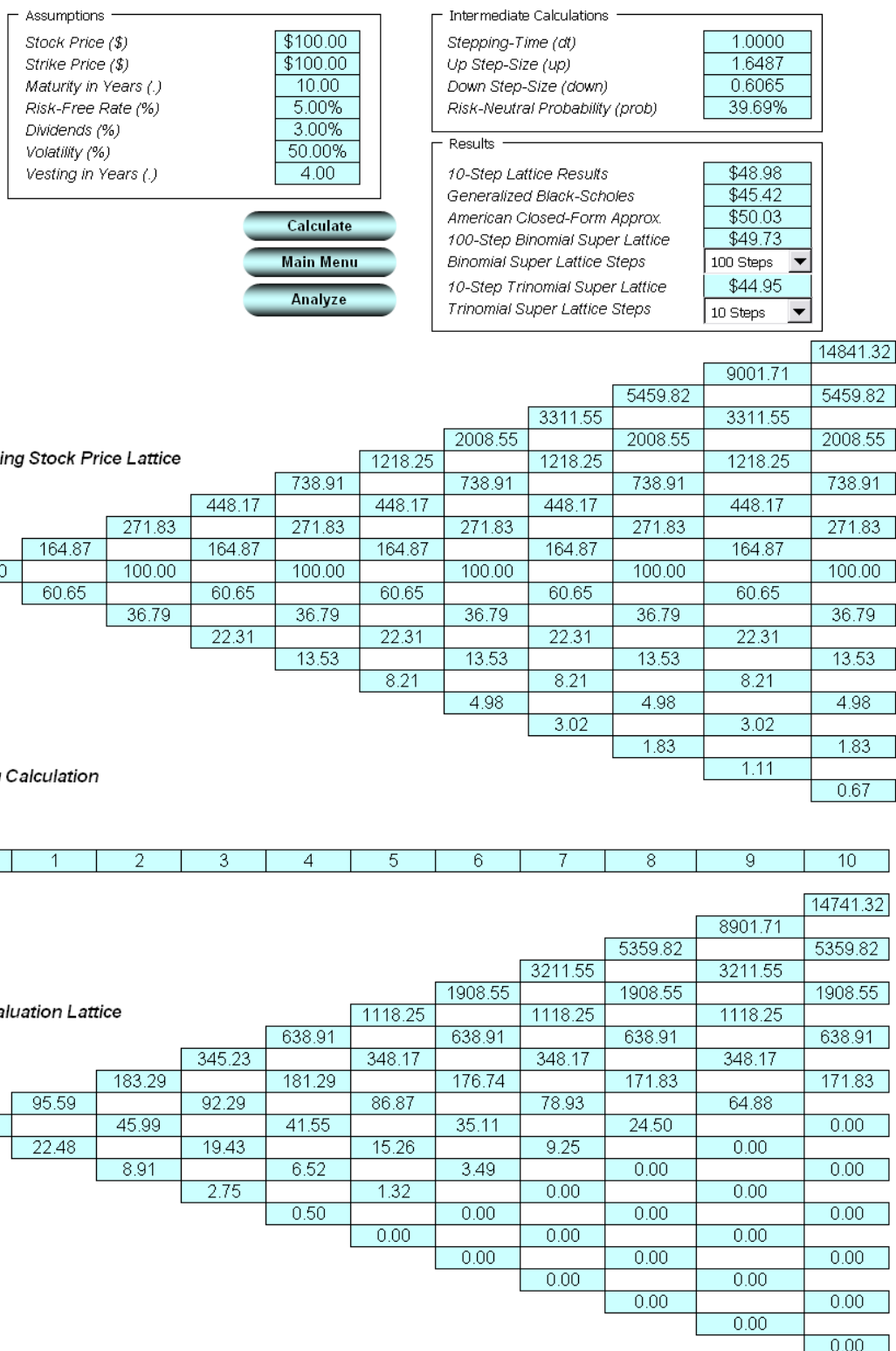


Figura 68 – Toolkit de Valoração de ESO para *Call* com Carência

3.2 Comportamento do Exercício sub-ótimo de uma opção Americana

Este exemplo mostra como múltiplos exercícios sub-ótimo podem ser incluídos na análise e como as variáveis customizadas podem ser utilizadas como visto na Figura 69 (exemplo no arquivo: *ESO Suboptimal Behavior* e o número de passos foram alterados para 100 neste exemplo). O TE é o mesmo do exemplo anterior, mas o IE assume que a opção será sub otimamente executada caso o preço da ação em alguma data futura exceda o limite do valor sub-ótimo de exercício vezes o preço de exercício. Observe que o campo IEV não é utilizado porque nós não assumimos qualquer período de carência ou impedimento. Também, a variável indicativa do múltiplo de exercício sub-ótimo é listada no campo de variáveis customizadas com o valor relevante de 1,85, começando no passo 0. Isso significa que 1,85 é aplicável desde o passo inicial (0-zero) até o passo final (100) na árvore. O resultado, novamente, é confirmado na ferramenta ESO Toolkit (Figura 70).

Figure 69 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Employee Stock Option with suboptimal exercise multiples.

Tipo de Opção: ☒ Americana ☐ Européia ☐ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 100 Taxa Livre-Risco (%) 5

Custo de Implantação (\$) 100 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 10 Volatilidade (%) 10

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost, 0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

IF(Asset>=Suboptimal*Cost,Max(Asset-Cost,0),OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Suboptimal	1.85	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	39.94	0.59
Forma-Fechada Americana	39.94	3.33
Binomial Européia	39.94	0.59
Binomial Americana	39.94	3.45

Resultado

Opção personalizada: 36.4289

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 69 – Resultado SLS da Opção *Call* com comportamento subótimo

American Options with Suboptimal Exercise Behavior

Calculate
Main Menu
Analyze



Figura 70 – Resultado obtido pelo ESO Toolkit de uma opção *Call* contabilizando um comportamento subótimo

3.3 ESO Americana com Carência e Exercício Subótimo

Próximo exemplo, temos uma ESO com período de carência e exercício subótimo. Este exemplo é simples extensão dos dois exemplos anteriores. Novamente, o resultado de \$9,22 (Figura 71) é confrontado com a ferramenta ESO Toolkit como mostrado na Figura 72 (arquivo exemplo: *ESO Vesting with Suboptimal Behavior*).

Figure 71 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Employee Stock Option with vesting period and suboptimal exercise behavior.

Tipo de Opção

☒ Americana ☐ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$) 20 Taxa Livre-Risco (%) 3.5

Custo de Implantação (\$) 20 Taxa de Dividendos (%) 0

Maturidade (Anos) 10 Volatilidade (%) 50

Passo da Árvore 100 * Todas as entradas são em taxas anualizadas

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-39

Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost, 0)

Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

IF(Asset >= Suboptimal*Cost, Max(Asset-Cost, 0), OptionOpen)

Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

OptionOpen

Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
Suboptimal	1.1	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	12.87	6.97
Formas-Fechadas Americana	12.87	8.28
Binomial Européia	12.87	6.96
Binomial Americana	12.87	8.36

Resultado

Opção personalizada: 9.2178

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Executar

Figura 71 – Resultado do SLS para uma *Call* considerando um período de Carência e um exercício subótimo

American Option with Vesting and Suboptimal Behavior

Assumptions:	
Stock Price (\$)	\$20.00
Strike Price (\$)	\$20.00
Maturity in Years (.)	10.00
Risk-free Rate (%)	3.50%
Dividends (%)	0.00%
Volatility (%)	50.00%
Suboptimal Exercise Multiple (.)	1.10
Vesting in Years (.)	4.00

Intermediate Calculations	
Stepping-Time (dt)	1.0000
Up Step-Size (up)	1.6487
Down Step-Size (down)	0.6065
Risk-neutral Probability (prob)	41.17%

Results	
10-Step Lattice Results	\$10.61
Generalized Black-Scholes	\$12.87
100-Step Binomial Super Lattice	\$9.22
Binomial Super Lattice Steps	100 Steps
100-Step Trinomial Super Lattice	\$9.43
Trinomial Super Lattice Steps	100 Steps

Calculate

Main Menu

Analyze

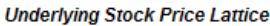


Figure 72 – Resultado do ESO *Toolkit*

3.4 ESO Americana com Carência, Exercício Subótimo, Períodos de impedimento (Blackout) e taxa de Confisco

Este exemplo agora incorpora elementos de confisco no modelo visto na Figura 73 (arquivo do exemplo usado: *ESO Vesting, Blackout, Suboptimal, Forfeiture*). Isso significa que se a opção é impedida de exercício e o valor atual da ação excede um valor de exercício subótimo abaixo do valor de exercício normal, a opção será exercida sumariamente e de forma subótima. Se a mesma se encontra em período de carência, mas o valor da ação não excede o valor subótimo, a opção será exercida apenas se a condição de confisco pós-carência ocorrer, caso contrário a opção é mantida na condição “aberta”. Isso significa que um passo intermediário é provavelmente ponderado para essas ocorrências. Finalmente, quando um empregado aceita o confisco durante o período de carência, todas as opções são igualmente confiscadas com a taxa de confisco pré-carência. Nesse exemplo mantivemos taxas idênticas de confisco (pré e pós) carência de tal maneira que ela pudesse ser confrontada com a solução obtida com a ESO Toolkit (Figura 74). Em certos casos, pode se assumir premissas diferentes.

Figure 73 - Single Asset Super Lattice Solver

Arquivo Ajuda

Comentários Employee Stock Option with vesting period, suboptimal exercise behavior and forfeiture rates.

Tipo de Opção ☒ Americana ☒ Européia ☒ Bermudas ☒ Customizada

Dados Básicos

VP Ativo Subjacente (\$)	100	Taxa Livre-Risco (%)	5.5
Custo de Implantação (\$)	100	Taxa de Dividendos (%)	4
Maturidade (Anos)	10	Volatilidade (%)	45
Passo da Árvore	100	* Todas as entradas são em taxas anualizadas	

Passos de Período de Maturação ou Blackout (Para Opções Customizadas e Bermudas)

0-39
Exemplo: 1, 2, 10-20, 35

Equação do Nó Terminal (Opções na Expiração)

Max(Asset-Cost, 0)
Exemplo: Max(Asset - Cost, 0)

Equações Customizadas

Equação no Nó Intermediário (Opções antes da Expiração)

IF(Asset>Suboptimal*Cost,Max(Asset-Cost,0).IF(Asset<Suboptimal*Cost,(ForfeiturePost*DT*Max(Asset-Cost,0)+(1-ForfeiturePost*DT)*OptionOpen,0))
Exemplo: Max(Asset - Cost, OptionOpen)

Equações no Nó Intermediário (Durante os períodos de Blackout e Maturação)

(1-ForfeiturePre*DT)*OptionOpen
Exemplo: OptionOpen

Variáveis Customizadas

Nome da...	Valor	Passo Inicial
DT	0.1	0
ForfeiturePost	0.1	0
ForfeiturePre	0.1	0
Suboptimal	1.8	0

Benchmark (Referencial)

	Opção de Compra	Opção de Venda (Put)
Black-Scholes	37.45	28.11
Foma-Fechada Americana	43.20	36.50
Binomial Européia	37.44	28.11
Binomial Americana	43.33	36.74

Resultado

Opção personalizada: 26.1821

☐ Cria uma Planilha de Auditoria

Figura 73 – Resultado SLS de uma *Call* considerando Carência, Confisco, exercício subótimo e períodos de impedimento

Customized American Option

Assumptions

Stock Price (\$)	\$100.00
Strike Price (\$)	\$100.00
Maturity in Years (.)	10.00
Risk-free Rate (%)	5.50%
Dividends (%)	4.00%
Volatility (%)	45.00%
Suboptimal Exercise Multiple (.)	1.80
Vesting in Years (.)	4.00
Forfeiture Rate (%)	10.00%

Results

Generalized Black-Scholes	\$37.45
100-Step Super Lattice	\$26.18
Super Lattice Steps	100 Steps

Calculate

Main Menu

Analyze

Additional Assumptions

Year	Volatility %	Year	Risk-free %
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%
10.00	45.00%	10.00	5.50%

Please be aware that by applying multiple changing volatilities over time, a non-recombining lattice is required, which increases the computation time significantly. In addition, only smaller lattice steps may be computed. When many volatilities over time and many lattice steps are required, use Monte Carlo simulation on the volatilities and run the Basic or Advanced Custom Option module instead. For additional steps, use the ESO Function:

Figure 74 – Resultado ESO Toolkit de uma *Call* considerando Carência, Confisco, exercício subótimo e períodos de impedimento



Apêndice A:

Convergência da Árvore Binomial

De maneira geral, quanto mais passos tem a árvore maior a precisão do resultado obtido. A Figura A1 ilustra a convergência obtida utilizando o modelo B&S-Merton, forma fechada no cálculo de uma opção de compra tipo Européia que não pago dividendo, comparando o seu resultado com o resultado obtido por árvore binomial com diversos passos. A convergência geralmente é obtida entre 500 e 1000 passos. Por causa do alto número de passos necessários para se alcançar um resultado com uma precisão aceitável, são utilizados algoritmos matemáticos⁵. Por outro lado, o cálculo de uma árvore com 1.000 passos ou 10^{301} nós, não seria possível de ser calculada sem o uso de algoritmos especializados.⁶ A Figura A1 também ilustra os resultados obtidos com a árvore binomial com diversos passos, onde se pode observar visualmente a convergência de uma opção de compra do tipo Européia vis-à-vis o valor obtido com a solução analítica de Black-Scholes Merton.

⁵ Este algoritmo proprietário foi desenvolvido por Dr. Johnathan Mun baseado em seu trabalho analítico com FASB em 2003-2004; seus livros: “Valuing Employee Stock Options Under the 2004 FAS 123 Requirements” (Wiley, 2004), “Real Options Analysis: Tools and Techniques” (Wiley, 2002), “Real Options Analysis Course” (Wiley, 2003), “Applied Risk Analysis: Moving Beyond Uncertainty” (Wiley, 2003); desenvolvimento do seu software, “Real Options Analysis Toolkit” (versões 1.0 and 2.0); pesquisas acadêmicas; e experiência em consultoria empresarial prévia em KPMG Consulting.

⁶ A árvore binomial não recombinante bifurca (se separa em dois ramos) a cada passo, desse modo iniciando com um valor o primeiro ramo se divide em dois (2^1). O segundo ramo se divide em dois outros (2^2) e os quarto se dividem em oito no terceiro passo (2^3) e assim sucessivamente até o 1000ésimo passo (2^{1000} ou acima de 10^{301} valores para serem calculados, e dessa forma o computador mais rápido do mundo não seria capaz de calcular no tempo de uma vida humana).

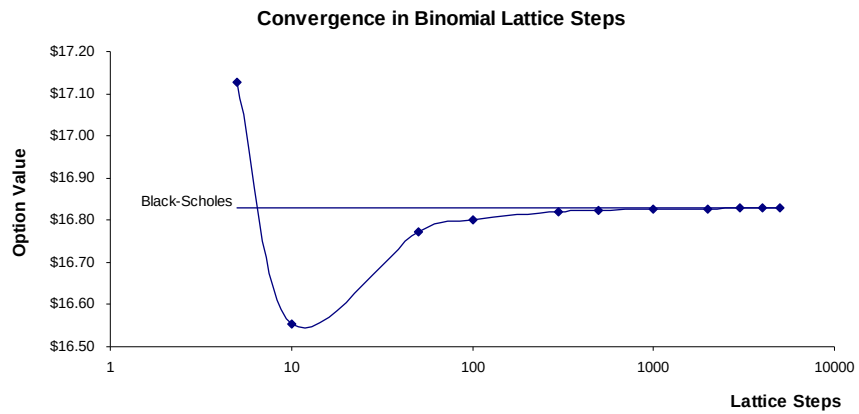


Figura A1 – Convergência dos Resultados obtidos com Árvore Binomial versus solução analítica:

Black-Scholes Resultado:	\$12.336
Binomial 5 - Árvore de Passos:	\$12.795
Binomial 10 - Árvore de Passos:	\$12.093
Binomial 20 - Árvore de Passos:	\$12.213
Binomial 50 - Árvore de Passos:	\$12.287
Binomial 100 - Árvore de Passos:	\$12.313
Binomial 1.000- Árvore de Passos:	\$12.336



Apêndice B: Estimativa de Volatilidade

Existem várias maneiras de se estimar a volatilidade de um ativo usado no cálculo de uma opção. As abordagens mais comuns e aceitas são descritas a seguir:

- ***Abordagem do Logaritmo do Retorno de um Fluxo de Caixa ou Logaritmo do Retorno do Preço de Ações:*** Usado principalmente para se calcular a volatilidade em ativos líquidos e negociados tais como no mercado de ações, usada para o cálculo de opções financeiras. Algumas vezes essa técnica também é utilizada para o cálculo de outros ativos negociados como preço de óleo combustível ou preço da eletricidade, em alguns países. A limitação relevante desse método é que o modelo de FCD com poucos eventos poderá gerar um valor superestimado da volatilidade, bem como pelo fato deste modelo não poder ser utilizado no caso de retornos negativos. O seu benefício inclui a facilidade de cálculo, transparência e flexibilidade na modelagem do método. Adicionalmente a essas vantagens, se destaca que não é necessária a realização de simulações para se obter a volatilidade estimada.
- ***Abordagem do Logaritmo do Valor Presente do Fluxo de Caixa:*** Usado principalmente quando se calcula a volatilidade de ativos gerados por fluxos de caixa, uma aplicação típica de opções reais. A desvantagem desse método é a necessidade de se recorrer à simulação a fim de se obter a volatilidade de uma variável e não é aplicada a ativos com alto grau de negociação no mercado, como mercado de ações. O benefício desse método inclui a possibilidade de se tratar certos fluxos de caixas negativos obtendo uma estimativa mais precisa e conservadora da volatilidade quando os ativos são analisados.
- ***Modelos Auto-regressivos generalizados de média móvel (GARCH):*** Usado principalmente para o cálculo da volatilidade em mercados líquidos e de ativos negociáveis, tais como mercado de ações para o cálculo de opções financeiras. Algumas vezes também é utilizado para avaliação de volatilidade de commodities como óleo combustível e preço de eletricidade. A desvantagem é necessitar de um grande número de dado, além do fato de que essa abordagem é altamente susceptível a manipulação do usuário. O benefício é que se trata de uma análise estatística rigorosa para se obter o melhor ajuste à curva de

volatilidade, além de prover diferentes estimativas de volatilidade ao longo do tempo.

- ***Suposições Gerenciais e Conjecturas:*** Usado igualmente para opções reais e financeiras. A desvantagem é que a estimativa da volatilidade não é confiável e baseada em conjecturas subjetivas. O benefício dessa abordagem é sua simplicidade—este método é muito simples de se explicar para o gerenciamento do conceito de volatilidade—ambos em execução e interpretação.
- ***Proxy de Mercados Comparáveis ou Índices:*** Usado principalmente para correlacionar mercados líquidos com mercados não líquidos, da mesma forma que se pode obter comparações entre Mercados, Setores, ou Indústrias através de dados disponíveis. A desvantagem desse método é o fato de algumas vezes ser difícil se identificar empresas comparáveis e que pode levar a um resultado sujeito à manipulações grosseiras pela inclusão ou exclusão de determinadas empresas sem critérios justificáveis. O benefício é a facilidade de uso.

B.1 Estimativa de Volatilidade (Abordagem pelo Logaritmo dos Retornos/Preços de Ações)

A Abordagem pelo Logaritmo dos Retornos dos Fluxos de Caixa ou Abordagem pelo Logaritmo do Retorno dos Valores das Ações é utilizada para se calcular a volatilidade. Neste caso utiliza-se: Fluxos de Caixas futuros, comparações de Fluxos de Caixa estimados, ou dados históricos de preços de ações e geram-se os logaritmos dos retornos relativos, conforme ilustrado na Figura B1. Iniciando a análise com uma série de previsão de futuros fluxos de caixa ou histórico de preços, convertendo-os em retornos relativos. Então se obtém o logaritmo natural. O Desvio padrão dessa série de logaritmos natural é a volatilidade do período da série de fluxos de caixa. O resultado obtido com a série dada no exemplo descrito na Figura B1 é de 25,58%. Este valor terá, então, que ser anualizado.

Independente do método utilizado para se obter a volatilidade periódica será necessário a anualização da mesma para o uso em Opções Reais ou Opções Financeiras. Dependendo da periodicidade do fluxo de caixa considerado para gerar a volatilidade, esta deverá ser convertida para valor anualizado pela aplicação do fator $\sigma\sqrt{P}$, onde P é o número de períodos em um ano e σ é a *volatilidade periódica* obtida. Por exemplo, se a volatilidade calculada é tem origem de um fluxo de caixa mensal e um valor de 10%, a sua forma normalizada é $10\%\sqrt{12} = 35\%$. De forma similar, P é considerado: 365 (ou 250 no caso de contagem de dias úteis e não do ano calendário) em dados diários, ou 4 para trimestrais, 2 para semestrais e 1 para anuais.

Observar que o número do retorno apresentado na Figura B1 é o número total de períodos menos 1(um). Ou seja, para períodos de 0 a 5, tem-se 6 fluxos de caixa, mas apenas é possível se calcular 5 retornos relativos. Esta abordagem para cálculo da

volatilidade somente é válida e correta quando se estima a volatilidade de ativos líquidos e com muitas transações comerciais—série histórica de preços de ações, série histórica de preços de óleo combustível e de eletricidade. Esse processo é menos válido para se calcular volatilidades no mundo de Opções Reais, onde o ativo subjacente utilizado gera um fluxo de caixa. Isto é devido ao fato de que para se obter resultados válidos, são necessários muitos pontos de dados e na modelagem de Opção Real, os fluxos de caixa gerados a partir de modelos de Fluxo de Caixa Descontado - FCD podem ter períodos com apenas 5 ou 10 períodos. Com uma bases de dados reduzidas essa abordagem, de maneira geral, superestima a volatilidade.

Período	Fluxo de Caixas	Retorno Relativo Fluxos de Caixa	Logaritmo Natural dos Retornos (X) dos Fluxos de Caixa
0	\$100	—	—
1	\$125	$\$125/\$100 = 1.25$	$\ln(\$125/\$100) = 0.2231$
2	\$95	$\$95/\$125 = 0.76$	$\ln(\$95/\$125) = -0.2744$
3	\$105	$\$105/\$95 = 1.11$	$\ln(\$105/\$95) = 0.1001$
4	\$155	$\$155/\$105 = 1.48$	$\ln(\$155/\$105) = 0.3895$
5	\$146	$\$146/\$155 = 0.94$	$\ln(\$146/\$155) = -0.0598$

Figura B1 – Abordagem do Logaritmo do Retorno dos Fluxos de Caixa

A volatilidade estimada é então calculada da seguinte forma:

$$volatilidade = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = 25.58\%$$

Onde n é o número de X s, e $\bar{x}$ é o valor médio da série de X .

Outra ilustração desse método é apresentada na Figura B2, onde observamos a série de preços da ação da Microsoft obtida por ‘download’ do site Yahoo! Finance.⁷ Você poderá acompanhar o exemplo apresentado na Figura B2, da seguinte forma; vá à pasta *Método Log Fluxo Caixa* no seguinte caminho: *Iniciar | Todos os Programas | Real Options Valuation | Real Options Super Lattice Solver | Estimativa de Volatilidade*. Os dados

⁷ Vá em <http://finance.yahoo.com> e informe a sigla da ação a ser pesquisada (p.ex., MSFT). Clique em *Quotes: Historical Prices* e selecione *Weekly* e, então, indique o período de interesse. É possível “baixar” a planilha com os dados para análise posterior.

mostrados nas colunas (A:G) da Figura B2 foram obtidos do site Yahoo. A fórmula na célula I3 é simplesmente $LN(G3/G4)$ que calcula o logaritmo natural do retorno relativo semanal e essa fórmula é reproduzida abaixo em toda a coluna. A fórmula na célula J3 é $STDEV(I3:I54)*SQRT(52)$ que calcula a volatilidade anualizada (pela multiplicação da raiz quadrada do número de semanas no ano e obtendo o desvio padrão da série semanal do ano 2004). A fórmula em J3 é então reproduzida abaixo até o fim da coluna. A volatilidade utilizada neste exemplo representa a média móvel de 52-semanas que cobrem dois anos da amostra. Ou seja, a fórmula da célula L8 é $AVERAGE(J3:J54)$, onde a célula J54 tem a seguinte forma: $STDEV(I54:I105)*SQRT(52)$, e a linha 105 é Janeiro de 2003. Isto significa que a média móvel de 52 semanas captura a volatilidade média em um período de dois anos. Isso amortece a volatilidade de forma a que variações bruscas não dominem o cálculo da volatilidade. Naturalmente a volatilidade mediana também deverá ser calculada. Caso a mediana esteja distante do valor médio, a distribuição da volatilidade é oblíqua e a mediana deverá ser usada, caso contrário a média deverá ser usada. Finalmente, as 52 volatilidades podem ser alimentadas no software “Risk Simulator” na simulação Monte Carlos de forma que a própria volatilidade possa ser simulada.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Downloaded Weekly Historical Stock Prices of Microsoft							Volatility Computations					
2	Date	Open	High	Low	Close	Volume	Adj. Close*	LN Relative Returns	Moving Average Volatilities				
3	27-Dec-04	27.01	27.10	26.68	26.72	52388840	26.64	-0.0108	17.87%				
4	20-Dec-04	27.01	27.17	26.78	27.01	77413174	26.93	0.0019	17.84%				
5	13-Dec-04	27.10	27.40	26.80	26.96	108628300	26.88	-0.0045	17.85%				
6	6-Dec-04	27.10	27.44	26.91	27.08	83312720	27.00	-0.0055	18.00%				
7	29-Nov-04	26.64	27.44	26.61	27.23	83103200	27.15	0.0235	18.13%				
8	22-Nov-04	26.75	26.82	26.10	26.60	61834599	26.52	-0.0098	18.03%				
9	15-Nov-04	27.34	27.50	26.84	26.86	75375960	26.78	-0.0011	18.10%		Average	21.89%	
10	8-Nov-04	29.18	30.20	29.13	29.97	109385736	26.81	0.0223	18.20%		Median	22.30%	
11	1-Nov-04	28.16	29.36	27.96	29.31	85044019	26.22	0.0468	18.28%				
12	25-Oct-04	27.67	28.54	27.55	27.97	70791679	25.02	0.0084	17.71%				
13	18-Oct-04	28.07	28.89	27.58	27.74	74671318	24.81	-0.0092	17.80%				
14	11-Oct-04	28.20	28.27	27.80	27.99	48396360	25.04	0.0000	19.68%				
15	4-Oct-04	28.44	28.59	27.97	27.99	52998320	25.04	-0.0091	19.69%				
16	27-Sep-04	27.17	28.32	27.04	28.25	61783760	25.27	0.0346	19.68%				
17	20-Sep-04	27.44	27.74	27.07	27.29	59162520	24.41	-0.0082	19.62%				
18	13-Sep-04	27.53	27.57	26.74	27.51	51599880	24.61	0.0008	20.52%				
19	7-Sep-04	27.29	27.51	27.14	27.49	51935175	24.59	0.0139	21.30%				
20	30-Aug-04	27.30	27.68	26.85	27.11	45125980	24.25	-0.0127	21.25%				
21	23-Aug-04	27.27	27.67	27.09	27.46	40526880	24.56	0.0123	22.29%				
22	16-Aug-04	27.03	27.50	26.89	27.20	52571740	24.26	0.0066	22.29%				
23	9-Aug-04	27.26	27.75	26.86	27.02	51244080	24.10	-0.0041	22.42%				
24	2-Aug-04	28.27	28.55	27.06	27.14	56739100	24.20	-0.0488	22.42%				
25	26-Jul-04	28.36	28.81	28.13	28.49	65555220	25.41	0.0163	21.97%				
26	19-Jul-04	27.62	29.89	27.60	28.03	114579322	25.00	0.0198	22.11%				
27	12-Jul-04	27.67	28.36	27.25	27.48	57970740	24.51	-0.0138	22.02%				
28	6-Jul-04	28.32	28.33	27.55	27.86	61197249	24.85	-0.0250	22.04%				
29	28-Jun-04	28.60	28.84	28.17	28.57	66214339	25.48	0.0000	22.07%				
30	21-Jun-04	28.22	28.66	27.81	28.57	82202478	25.48	0.0079	22.30%				
31	14-Jun-04	26.55	28.50	26.53	28.35	97727643	25.28	0.0574	22.48%				

Figura B2 – Cálculo da volatilidade normalizada da ação Microsoft- período 1 ano

Claramente existem vantagens a atalhos para essa abordagem mais simples. Este método é muito fácil de implantar e não necessidade de se utilizar simulação Monte Carlo para se obter um simples dado de volatilidade. Essa abordagem é matematicamente válida e amplamente utilizada para se obter uma estimativa da volatilidade de ativos financeiros. Entretanto, para uma análise com Opções Reais, existem diversos alertas que merecem ser observados com mais atenção. Quando um Fluxo de Caixa retorna valores negativos

em alguns períodos, o logaritmo natural não pode ser calculado. E, dessa forma, a volatilidade não é plenamente capturada nas tendências de queda produzindo conclusões erradas. De forma adicional, De modo adicional, fluxos de caixa correlacionados (estimados a partir de técnicas de série de caixa) ou fluxos de caixa estacionário terão sua volatilidade estimada de forma errada. Muito cuidado deve ser tomado nesses casos. Essa falha é neutralizada em grandes bases de dados que possuem apenas dados positivos tais como series de ações preço de petróleo.

Essa abordagem é validade e correta, conforme calculado na Figura B2 para ativos líquidos e negociados publicamente com muitos dados armazenados. A razão pela qual esse método não é valise para o cálculo da volatilidade em fluxos de caixa em um sistema FCD montados com objetivo de se obter o valor de uma Opção Real é a pouca quantidade de dados possíveis de serem obtidos. Por exemplo, observe o seguinte fluxo de caixa anualizado: 100, 200, 300, 400, 500 a mesma volatilidade do retorno de 20.80% , já o seguinte fluxo de caixa: 100, 200, 400, 800, 1600, indica uma volatilidade de 0%, em comparação com a volatilidade de 75,93% do seguinte fluxo de caixa: 100, 200, 100, 200, 100, 200. Todos esses fluxos de caixa parecem ser parecidos e moderadamente determinísticos embora apresentem volatilidades tão diferentes. Adicionalmente, o terceiro conjunto de fluxos de caixa que apresenta uma correlação negativa deveria ser menos volátil (uma vez que sua característica cíclica e tendência a reversão a média) embora sua volatilidade apresente o maior valor. O segundo fluxo de caixa parece representar um projeto com mais risco devido sua flutuações maiores, no entanto apresenta uma volatilidade igual a 0%(zero). Dessa forma, muito cuidado ao calcular volatilidade para séries pequenas, utilizando esse método.

Quando aplicado a séries históricas não negativas e a preços de ações, essa abordagem é fácil e válida. Entretanto, se usada para Opções Reais, os fluxos de caixa do FCD pode assumir valores negativos retornando erro de cálculo (i.e. o logaritmo de valor negativo não existe). Contudo existem algumas maneiras de se obter essa medida de forma se evitar esse erro. A primeira é subir o nível do fluxo de caixa em direção à receita, até o nível do EBITDA, de forma a ser obter todos os valores positivos. Fazendo isso é preciso observar que para efeitos de comparação, todos os projetos deverão ser avaliados na mesma linha. Essa abordagem também é justificada quando a volatilidade, o risco e incertezas são originados em linhas superiores. Por exemplo, podemos considerar que os únicos fatores críticos de uma empresa do setor de petróleo e gás são o preço do petróleo (preço) e a taxa de produção (quantidade), e que ambas variáveis são multiplicadas para se obter a receita. Adicionalmente, se todos os outros itens que compõe o FCD são proporcionais a essas variáveis (p.ex. custos operacionais são 25% da receita ou que os valores do EBITDA representam 10% das receitas, e assim por diante), então estaremos interessados apenas na volatilidade associada às receitas. De fato, se as outras proporções se mantêm constantes, a volatilidade calculada é idêntica (p.ex., receitas de \$100, \$200, \$300, \$400, \$500 versus um EBITDA proporcional a 10%: \$10, \$20, \$30, \$40, \$50, levam a uma volatilidade idêntica de 20.80%). Finalmente, usando o mesmo exemplo da empresa de óleo e gás, um passo seguinte, o cálculo da volatilidade da receita não existirem outros riscos no mercado a serem computados em linhas abaixo da receita, é plenamente justificável dado ser uma empresa com operação

global com diferentes tipos de impostos e mecanismos de financiamento (diferentes maneiras de financiar seus projetos). A volatilidade pode ser sensível ao ‘risco de mercado’ apenas e não à risco privados (quanto eficiente poderá estar o desempenho do CFO na negociação de financiamentos internacionais? ou quão perspicaz será o contador ou CPA, criando mecanismos de salvaguarda para impostos *offshore*?).

Agora que foram explicados os mecanismos para o cálculo da volatilidade, é necessário que se explique o motivo do que foi dito! Um mero entendimento do mecanismo é insuficiente para justificar o porquê foi feita essa análise. Então, vamos olhar os passos percorridos e explicar racionalmente o que há por trás deles:

- **Passo 1:** Obtenha os dados relevantes, determine a periodicidade e estrutura temporal. É possível utilizar previsão de dados financeiros (fluxo de caixa em uma modelo FCD), dados comparáveis (dados de mercados comparáveis como índices setoriais e médias industriais), ou dados históricos (preços de ações, petróleo). Considere a periodicidade dos dados. No caso de se usar previsões e dados comparáveis, sua escolha estará limitada ao que está disponível ou aos modelos que foram desenvolvidos e que usam dados com periodicidade anual, trimestral ou mensal, por um período limitado de tempo.

Quando se usam dados históricos as chances são mais variadas. Tipicamente, dados diários sofrem de grandes variações de forma aleatória e ruído branco e que poderão erroneamente impactar o cálculo da volatilidade. Dados históricos mensais, trimestrais ou anuais podem se espalhar e todas as flutuações inerentes de dados de uma série histórica devem sofrer uma amortização. A periodicidade ótima é com dados semanais, se disponíveis. Qualquer flutuação durante o dia ou durante a semana é amortecida, contudo flutuações semanais continuarão inerentes aos dados.. Finalmente, a estrutura dos dados históricos é muito importante. Períodos com eventos extremos devem ser avaliados cuidadosamente (p.ex., a bolha do dot.com, recessão global, depressão, ataques terrorista). Isso é, se esses eventos atuais serão e não são ‘*outliers*’ mas pertencem a um risco sistemático não previsível no âmbito do negócio que se está avaliando?

Na Figura B2 do exemplo anterior foi utilizado um conjunto de dados com ciclo de dois anos. Claramente, se tivesse três anos de maturidade, então deveria ser considerado um ciclo de três anos, a menos que essa abrangência não estiver disponível ou tiver ocorrido uma condição de exceção e tiver reduzido o tamanho dos dados para retirar o evento.

- **Passo 2:** Calcule retornos relativos. Retornos relativos são usados em média geométricas enquanto retornos absolutos são usados em médias aritméticas. Para ilustrar, suponha a compra de um ativo ou uma ação por \$100. Ficou retida por um mês e nesse período dobrou de valor, indo para \$200, o que significa que houve um retorno de 100%. Você ficou, então, ganancioso e manteve o ativo por mais um mês em vez de vender e realizar o lucro. No próximo período o ativo voltou para os \$100 originais, o que significa uma perda de 50% em termos absolutos. Seu corretor lhe avisa que você teve um retorno médio de 25% ($100\% - 50\% = 50\% / 2 \text{ meses}$)! Mas você iniciou a carteira com \$100 e agora tem \$100 e naturalmente você não teve o retorno anunciado de 25%. Dessa forma fica óbvio que a média aritmética irá superestimar o retorno médio

quando ocorrerem flutuações – flutuações ocorrem no mercado mobiliário ou nos projetos de aplicação de opções reais, ou caso contrário sua variação é muito lenta e não haveria sentido se calcular a opção real. Neste caso é melhor se utilizar a média geométrica para o cálculo do retorno. Esse cálculo é mostrado a seguir e pode-se ver claramente como a parcela do retorno é calculada. Senão vejamos, se um valor vai de \$100 para \$200 o retorno relativo é igual a 2 e o absoluto é 100%, já quando a variação é para \$90 o retorno relativo seria de 0,9 (qualquer valor de retorno relativo menor que um é perda) ou um retorno absoluto de 10%. Então para evitar esse tipo de cálculo errado, no Passo 2 se usa o retorno relativo.

$$\text{Média Geométrica} = \sqrt[\text{PERÍODOS}]{\left(\frac{\text{Período 1 Valor Final}}{\text{Período 1 Valor Inicial}}\right) \cdots \left(\frac{\text{Período n Valor Final}}{\text{Período n Valor Inicial}}\right)} = \sqrt[2]{\left(\frac{200}{100}\right)\left(\frac{100}{200}\right)} = 1.0$$

- **Passo 3:** Calcular o logaritmo natural do retorno relativo. O uso do logaritmo natural tem duas razões. A primeira é para que esse seja comparável ao processo estocástico exponencial Movimento Browniano. Esse processo é escrito da seguinte forma:

$$\frac{\delta S}{S} = e^{\mu(\delta t) + \sigma \varepsilon \sqrt{\delta t}}$$

Para se calcular a volatilidade (σ) utilizada em cálculo equivalente (não obstante se é usado em simulação, árvores binomiais, ou modelo fechado, pois esses três modelos requerem o Movimento Browniano como pressuposto básico), o log natural é utilizado. A exponencial de um logaritmo natural é cancelada na equação anterior. Segunda razão; no cálculo de média geométrica, são utilizados os valores relativos que são multiplicados e é extraída a raiz pelo número de períodos. Pelo fato de obter a raiz (n), nós reduzimos a raiz (n) na equação da média geométrica. Este é o motivo do logaritmo natural ser utilizado no Passo 3.

- **Passo 4:** Calcule o desvio padrão para se obter a volatilidade periódica. É utilizado o desvio padrão amostral no lugar do desvio padrão da população pelo fato que o número de dados é pequeno. Para bases de dados grandes o valor do desvio padrão amostral converge para o desvio padrão da população e dessa forma é sempre seguro se utilizar o desvio padrão amostral. Naturalmente o desvio padrão amostral visto abaixo é simplesmente a média (*soma de todos dividido por n*) do desvio de cada ponto com relação a sua média ($x - \bar{x}$), ajustado ao grau de liberdade para uma pequena base de dados, onde um alto desvio padrão implica numa distribuição achatada o que indica alto risco. Da variação de cada ponto em torno da média é extraído a raiz para capturar sua distância absoluta (de outra forma para uma distribuição simétrica, as variações à esquerda da média devem ser anuladas pelas variações à direita), e sobre o resultado total é tirado a raiz quadrada de modo a trazer o valor à sua unidade original. Finalmente o denominador (n-1) ajusta para o número de graus de liberdade no caso de bases com poucos dados. Para ilustração, suponha que

existem três pessoas em uma sala e se pergunta as três aleatoriamente para escolher um número, contanto que a média deles seja igual a 100. A primeira pessoa poderá escolher qualquer valor, bem como a terceira. Contudo a última ficará limitada a um número que representa a média de 100. Este é o motivo pelo qual se usa o desvio padrão amostral no Passo 4.

$$volatilidade = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

- **Passo 5:** Cálculo da volatilidade anualizada. A volatilidade utilizada com cálculo de opções é anualizada por diversas razões. A primeira é que todos os demais dados de entrada são anualizados (p.ex., Taxa livre de risco, dividendos anualizados e maturidade em anos). A segunda razão é que se o fluxo de caixa ou o preço da ação flui de \$10 para \$20 para \$30 o que ocorre em três meses diferentes versus três diferentes dias tem volatilidades bem diferentes. Claramente, se o ativo leva apenas dias para dobrar ou triplicar o seu valor o ativo seria muito mais volátil do que se isso ocorresse em três meses.. Tudo isso precisa ocorrer em unidades comuns, na forma anualizada. Finalmente, a equação do processo estocástico de Movimento Browniano tem o parâmetro $\sigma\sqrt{\delta t}$. Ou seja, suponha que temos uma opção de um ano modelada utilizando uma árvore com 12 ramos, dessa forma cada pedaço δt seria 1/12. Se nós utilizamos dados mensais calcule a volatilidade mensal e use nova partição de 12 partes por $\sigma\sqrt{\delta t}$. Por essa razão é que precisamos primeiro analisar a volatilidade anualizada (multiplicado pela raiz quadrada de 12), então introduza esse valor no seu modelo.

B.2 Estimativa de Volatilidade (Logaritmos dos Retornos do Valor Presente)

A abordagem do *Logaritmo do Retorno do Valor Presente* para se estimar a volatilidade separe todos os fluxos de caixa futuro estimado em dois valores presentes, um para o primeiro período e outro para o instante atual (Figura B3). Os passos são apresentados a seguir. O cálculo assume uma taxa de desconto constante. O Fluxo de Caixa é descontado para o instante 0 e outra vez para o instante 1, sendo desprezado o valor do fluxo de caixa no instante 0 (custo afundado). Então os valores são somados e o seguinte logaritmo é calculado:

$$X = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n VPFC_i}{\sum_{i=0}^n VPFC_i} \right)$$

onde $VPFC_i$ é o valor presente do fluxo de caixa futuro em diferentes instantes i .

Essa abordagem é mais apropriada para o uso em opções reais onde os ativos e os fluxos de caixa são calculados e suas volatilidades correspondentes são estimadas. Isso é aplicável para fluxo de caixa de projeto e ativo e permite o uso de um menor conjunto de dados pontuais. Contudo essa abordagem exige o uso de simulação Monte Carlo para se obter a volatilidade estimada. Essa abordagem também reduz o risco de fluxos de caixa auto-correlacionados e fluxos de caixa negativos.

Período	Fluxos de caixa	Valor Presente no instante 0	Valor Presente no instante 1
0	\$100	$\frac{\$100}{(1+0.1)^0} = \$100.00$	—
1	\$125	$\frac{\$125}{(1+0.1)^1} = \$113.64$	$\frac{\$125}{(1+0.1)^0} = \$125.00$
2	\$95	$\frac{\$95}{(1+0.1)^2} = \$78.51$	$\frac{\$95}{(1+0.1)^1} = \$86.36$
3	\$105	$\frac{\$105}{(1+0.1)^3} = \$78.89$	$\frac{\$105}{(1+0.1)^2} = \$86.78$
4	\$155	$\frac{\$155}{(1+0.1)^4} = \$105.87$	$\frac{\$155}{(1+0.1)^3} = \$116.45$
5	\$146	$\frac{\$146}{(1+0.1)^5} = \$90.65$	$\frac{\$146}{(1+0.1)^4} = \$99.72$
SOMA		\$567.56	\$514.31

Figura B3 – Método Log VP

No exemplo anterior, X é dado por $\ln(\$514.31/\$567.56) = -0.0985$. Utilizando este valor intermediário X , se executa a simulação Monte Carlo do modelo de fluxo de caixa descontado (por meio da simulação dos fluxos de caixa individuais) e se obtém a distribuição do resultado de X . Como visto anteriormente, o desvio padrão amostral é a volatilidade estimada, usada na análise por opções reais. ***É importante observar que apenas o valor do numerador é simulado enquanto o denominador permanece constante.***

O ponto negativo de se estimar a volatilidade dessa maneira é que ela necessita de simulação Monte Carlo, mas a volatilidade calculada é obtida de uma simples relação, comparada às abordagens anteriormente descritas, como *Logaritmo do Fluxo de Caixa ou Abordagem pelo Mercado de Ações*, possibilitando uma distribuição de volatilidade para o cálculo de opções reais.

A principal objeção ao uso desse modelo é a sua dependência a variabilidade da taxa de desconto usada. Por exemplo, podemos explicar a equação de X da seguinte forma:

$$X = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n VPFC_i}{\sum_{i=0}^n VPFC_i} \right) = \ln \left(\frac{\frac{FC_1}{(1+D)^0} + \frac{FC_2}{(1+D)^1} + \frac{FC_3}{(1+D)^2} + \dots + \frac{FC_N}{(1+D)^{N-1}}}{\frac{FC_0}{(1+D)^0} + \frac{FC_1}{(1+D)^1} + \frac{FC_2}{(1+D)^2} + \dots + \frac{FC_N}{(1+D)^N}} \right)$$

onde D representa a taxa de desconto constante usada. Neste ponto podemos observar que as séries de fluxo de caixa CF do numerador é defasada de um período, e a taxa de retorno e também é defasada de um período. Por esta razão, pela aplicação da simulação Monte Carlo no fluxo de caixa isolado versus a aplicação da simulação Monte Carlo sob ambos os fluxos de caixa bem como a taxa de desconto ocasionará retornos de X bem diferentes. A principal crítica a esse método é que em uma análise por Opções Reais, é que o Valor Presente do fluxo de caixa afeta é o fator de decisão do valor da opção e não a variabilidade da taxa de desconto usada na análise. Modificações nesse método implicam em se duplicar o fluxo de caixa e similar apenas o relacionado ao numerador, de forma a se obter diferentes valores para o denominador, mantendo o denominador estático para cada seqüência de simulação, enquanto se mantém a taxa de desconto constante. **De fato, quando se executa esse método, deve-se ficar atento a se modelar a taxa de desconto como uma taxa livre de risco constante, simulando o FCD e obtendo a volatilidade, em seguida, retornando a taxa de desconto ao seu valor original.**

O exemplo ilustrado na Figura B4 apresenta essa metodologia aplicada em Excel. Para seguir a explicação, abra o arquivo de exemplo apresentado a seguir: *Cálculos da Volatilidade* e selecione a pasta *Método do Log Valor Presente*.

Método Log. Valor Presente					
	C	D	E	F	H
8	Parâmetros de entrada			Resultados	
9	Tx. Desconto (Flx de Caixa)	15,00%		Valor Presente (Fluxo de Caixa)	\$328,24
10	Tx. Desconto (Cst. Implant.)	5,00%		Valor Presente (Custo Implant.)	\$189,58
11	Tx. Imposto	10,00%		Valor Presente Líquido - VPL	\$138,67
		2002	2003	2004	2005
18	Receita	\$100,00	\$200,00	\$300,00	\$400,00
22	Custo da Receita	\$40,00	\$80,00	\$120,00	\$160,00
26	Lucro Bruto	\$60,00	\$120,00	\$180,00	\$240,00
27	Despesas Operacionais	\$22,00	\$44,00	\$66,00	\$88,00
31	Desp. c/ Depreciação	\$5,00	\$5,00	\$5,00	\$5,00
35	Despesas Financeiras	\$3,00	\$3,00	\$3,00	\$3,00
39	Lucro antes Impostos	\$30,00	\$68,00	\$106,00	\$144,00
40	Impostos	\$3,00	\$6,80	\$10,60	\$14,40
41	Lucro após Impostos	\$27,00	\$61,20	\$95,40	\$129,60
42	Desp. Não-monetárias	\$12,00	\$12,00	\$12,00	\$12,00
46	Fluxo de Caixa	\$39,00	\$73,20	\$107,40	\$141,60
48	Custo de Implantação	\$25,00	\$25,00	\$50,00	\$50,00
50	Estimativa da Volatilidade (método do Logaritmo do VP)				
51	VP (0)	\$39,00	\$63,65	\$81,21	\$93,10
52	VP (1)	N/A	\$73,20	\$93,39	\$107,07
53	VP(0) Estático	\$39,00	\$63,65	\$81,21	\$93,10
54	Variável X	0,0307			
55	Volatilidade	Execute a simulação para obter a volatilidade			

Figura B4 – Abordagem pelo Logaritmo do Valor Presente

O exemplo mostra o fluxo de caixa de um modelo FCD na “linha 46” e os custos modelados na linha 48, separadamente, tal é feito por diversas razões. A primeira razão é se separar o risco de mercado (receitas e custos operacionais associados) do risco do empreendimento ou risco técnico (custo de implantação)—naturalmente apenas se for plausível separá-los, pois em alguns casos o custo de implantação está vinculado ao risco de mercado. Neste ponto assumimos que o custo de implantação está submetido apenas a riscos do empreendimento, riscos técnicos (*private risks*)⁸ e que utilizaremos a taxa livre de risco para desconto. Os fluxos de caixa associados ao “Risco de Mercado” são descontados a taxa de retorno ajustada ao risco (que também pode ser interpretado como um desconto à taxa livre de risco – p.ex., 5% – e depois novamente descontado com a taxa do prêmio relacionado ao risco do mercado. ex., 10% para o risco ou simplesmente utilizando uma taxa de desconto de 15% uma única vez). Como discutido

⁸ *Privat Risks*: 1 - São fatores de risco associados ao desenvolvimento do projeto, na maioria relacionados a problemas comportamentais ou de comunicação ao longo de um projeto.

Apresentação do conceito detalhado em

<http://pmchallenge.gsfc.nasa.gov/docs/2008/Presentation/Robert.Hanna.pdf>:

2 – Também podem ser entendidos como risco técnico, inerente ao processo, a fatores ambientais, etc.

no Capítulo 2, se não se separa os “Riscos de Mercado” e “Riscos Técnicos”, termina-se sobre-taxando os riscos técnicos e super-estimando o resultado de um FCD (i.e., se os custos que deveria ser à 5% forem descontados à 15%, o VPL estará inflado). Pela separação dos descontos deste fluxo de caixa, o valor presente do fluxo de caixa e o VP dos custos de implantação podem ser obtidos (células H9 e H10), a diferença será naturalmente o VPL. A separação adotada também é motivada pela equação de Black-Scholes a seguir apresentada. A opção de compra é calculada como o valor presente dos benefícios líquidos descontados a uma taxa de retorno ajustada ao risco ou valor inicial da ação (S) multiplicado pela distribuição de probabilidade normal padrão (Φ) menos o custo de implantação, ou valor de exercício (X) descontado a *taxa livre-de-risco* que também é ajustada por outra distribuição de probabilidade Normal (Φ). Se a volatilidade (σ) for 0 (zero), a incerteza também é 0 (zero) e, com isso, Φ é igual a 100% (o valor dentro do parêntese é infinito, significando que o valor da distribuição normal padrão é 100%, alternativamente, pode interpretar que com 0(zero) de incerteza, tem-se 100% de certeza). Pela separação dos fluxos de caixa, é possível agora utilizá-los como entradas no modelo de opções, resolvidos por Black-Scholes ou árvore binomial.

$$Call = S\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT}\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

Continuando com o exemplo apresentado na Figure B4, os cálculos de interesse estão nas linhas 51 até 55. A linha 51 mostra os valores presentes do fluxo de caixa para o Ano 0 (que assumimos ser 2002), enquanto a linha 52 mostra o cálculo do valor presente dos fluxos de caixa no ano 1, ignorando o custo afundado nos fluxos de caixa no Ano 0(zero). Essas duas linhas são calculadas no Excel e são oriundas de fórmulas associadas. Você deve copiar e colar na linha 53 apenas os valores numéricos (usar no *Excel: Editar* | *Colar Especial* | *Apenas Valores* para realizar isso). Então, calcule a variável intermediária X como na célula D54 usando a seguinte fórmula em Excel: $LN(SUM(E52:H52)/SUM(D53:H53))$. Isto feito, então, execute a simulação do modelo de FCD usando o *Risk Simulator* indicando as variáveis relevantes de entrada e assinalando a variável intermediária X como sendo de saída. O desvio padrão obtido com a simulação é a volatilidade periódica. Mas é necessário a anualização desse valor, o que é feito pela multiplicação da raiz quadrada do número de períodos no ano.

Agora que entendemos o mecanismo do cálculo da volatilidade, é necessário explicar por que fazemos isso! O mero entendimento do mecanismo não é suficiente para se justificar esse método ou dar uma explicação racional do por que se analisa da maneira que é feita. Por esta razão, vamos olhar com mais atenção os passos seguidos e explicar a racionalidade por trás deles:

- **Passo 1:** Calcule o valor presente nos instantes 0 e 1 e os some. O valor teórico de uma ação é a soma dos valores presentes de todos os dividendos futuros (para ações que não pagam dividendos, usa-se carteiras de mercado replicadas e comparáveis), e os fundos para pagamento desses dividendos são obtidos do lucro líquido e fluxo de caixa livre. O valor teórico de um projeto ou ativo é a soma do valor presente de todos os fluxos de caixa livres futuros ou lucro líquido.

Então podemos considerar que o preço de uma ação é equivalente ao preço ou valor do ativo, o VPL. Então, a soma do valor presente no instante 0(zero) é equivalente ao valor da ação ou do ativo no instante 0(zero), valor atual. A soma do valor presente dos fluxos de caixa no instante 1(um) é equivalente ao preço da ação ou do ativo no instante 1(um), ou uma boa *proxy* para o valor da ação no futuro. Nós usamos essa *proxy* porque a maioria dos modelos de FCD, a previsão dos fluxos de caixa são feitas apenas para pequenos períodos. Então, utilizando a simulação Monte Carlo, nós podemos alterar um grande número de possibilidades futuras e capturar as incertezas das entradas do FCD. O valor das ações futuras é então uma boa proxy sobre o que poderá ocorrer numa cadeia de fluxos de caixa – lembre-se que a soma do valor presente de fluxos de caixa no instante 1 inclui em seu cálculo todos os fluxos de caixa futuros do FCD, dessa maneira, capturando as futuras flutuações e incertezas. Esta é a razão pela qual efetuamos o Passo 1 quando calculamos a volatilidade usando o método “Log dos Retornos dos Valores Presente”.

- **Passo2:** Cálculo da variável intermediária X. A variável X é idêntica ao logaritmo do retorno relativo no método do Log dos Retornos dos Fluxos de Caixa. É simplesmente o logaritmo natural do retorno relativo do preço futuro das ações (usando a soma dos valores presentes no instante 1 como *proxy*) a partir do valor corrente da ação (a soma dos valores presentes no instante 0). Nós fazemos com que o valor no instante 0(zero) seja estático porque ele representa o valor de referencia e por definição valores de referência não mudam. O valor de referência pode ser visto como o VPL líquido do resultado do projeto e é assumido ser o melhor VPL do projeto. É o futuro incerto e que oscila, e conseqüentemente, nós simulamos o modelo do FCD permitindo que o numerador de X varie enquanto mantemos o denominador fixo como caso padrão.
- **Passo 3:** Simular o modelo e obter o desvio padrão como volatilidade. Esse método reque que o modelo seja simulado. Isso faz sentido porque se o modelo não é simulado implica que o mesmo não possui incertezas associadas ao projeto ou ativo, e então, a volatilidade é igual a zero. Somente se pode simular quando houver incertezas permitindo capturar a volatilidade intrínseca estimada. A racionalidade para se utilizar o desvio padrão amostral como volatilidade é similar a justificativa adotada para o método Log dos Retornos dos Fluxos de Caixa. Se as somas do valor presente de um fluxo de caixa flutuam entre valores positivos e negativos durante a simulação, você poderá novamente avançar para acima e usar o itens como o EBITDA e receitas líquidas como variáveis *proxy* para o cálculo da volatilidade.

Outra alternativa para se estimar a volatilidade é se combinar os dois métodos se existe dados suficientes para tal. Isto é, a partir de um FCD com muitos instantes, calcule o VP dos Fluxos de Caixa para os períodos 0, 1, 2, 3, e diante. Então, calcule os logaritmos naturais dos retornos relativos para esses VP dos fluxos caixa. O desvio padrão é então anualizado para se obter a volatilidade. Nesse caso não é necessário se executar a simulação Monte Carlo, mas a única exigência é que a série projetada se já longa.

B.3 Método GARCH

Outro método para calcular a volatilidade é conhecido como modelo GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), ou modelo autoregressivo generalizado heterocedasticidade condicional, o qual pode ser utilizado para estimar a volatilidade de qualquer série temporal. Modelos GARCH são utilizados principalmente na análise de series temporal associadas ao Mercado financeiro, de modo a verificar suas variâncias condicionais ou volatilidades. Essas volatilidades são então utilizadas para valoração de opções de uma forma geral, contudo a quantidade de dados necessária para uma boa estimativa é grande. Usualmente, várias dúzias—e algumas vezes acima de centenas—de dados são requeridos para uma boa estimativa usando o modelo GARCH. Adicionalmente, modelos GARCH são muito difíceis de executar e interpretar, bem como requerem alguma destreza com técnicas de modelagem econométricas. GARCH é um termo incorporado a família de modelos que podem resultar em várias formas, como, GARCH(p,q), onde p e q são inteiros positivos que definem o resultado da modelagem GARCH e suas previsões.

Por exemplo, um modelo GARCH (1,1) tem a seguinte configuração:

$$y_t = x_t\gamma + \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

Onde a variável dependente da primeira equação (y_t) é uma função de variáveis exógenas (x_t) com termos de erro (ε_t). A segunda equação estima a variância (quadrado da volatilidade σ_t^2) no instante t , a qual depende da media histórica (ω), da informação sobre o erro do período prévio, medido com uma defasagem do quadrado residual (ε_{t-1}^2), e da volatilidade do período anterior (σ_{t-1}^2). A especificação exata da modelagem GARCH ultrapassa o escopo desse livro e não será discutida aqui. Suficiente é dizer que é necessário um conhecimento detalhado de modelagens econométricas (modelos especificação de testes, quebras estruturais e estimativas de erro) é necessário para se executar um modelo GARCH, fazendo menos acessível a um analista não preparado para essa técnica. Outro problema associado ao uso dos modelos GARCH é que esse modelo não disponibiliza um bom ajuste estatístico. Ou seja, é praticamente impossível prever o Mercado de ações através dele e é igualmente difícil prever a volatilidade associada ao Mercado de ações. A Figura B5 mostra uma aplicação do modelo GARCH (1,2) sobre um conjunto de dados históricos do preço da ação da Microsoft.

Dependent Variable: MSFT				
Method: ML - ARCH				
Date: 02/25/05 Time: 00:20				
Sample(adjusted): 3 52				
Included observations: 50 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 67 iterations				
Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	23.14431	1.301024	17.78930	0.0000
D(MSFT,1)	0.456040	0.062391	7.309364	0.0000
AR(1)	0.967490	0.027575	35.08601	0.0000
Variance Equation				
C	0.151406	0.028717	5.272435	0.0000
ARCH(1)	0.148308	0.053559	2.769061	0.0056
GARCH(1)	0.735869	0.097780	7.525790	0.0000
GARCH(2)	-0.867066	0.083186	-10.42325	0.0000
R-squared	0.898576	Mean dependent var	24.48620	
Adjusted R-squared	0.884424	S.D. dependent var	1.290867	
S.E. of regression	0.438849	Akaike info criterion	1.106641	
Sum squared resid	8.281300	Schwarz criterion	1.374324	
Log likelihood	-20.66602	F-statistic	63.49404	
Durbin-Watson stat	1.308287	Prob(F-statistic)	0.000000	
Inverted AR Roots	.97			

Figura B5 – Amostra de Resultados do GARCH

B.4 Método de Gestão das Hipóteses - Management Assumption Approach

Um método simplista é se usar gestão das hipóteses. Este método proporciona a obtenção mais grosseira da volatilidade sem realizar uma análise mais exhaustiva. Esse método, também é utilizado para fins educacionais mostrando aos administradores o que é volatilidade e como ela funciona. Matematicamente e estatisticamente, a abrangência ou risco de uma variável pode ser medida por vários indicadores ou estatísticas, incluindo o seu intervalo, desvio padrão (σ), variância, coeficiente de variação e percentil. A Figura B6 ilustra duas evoluções temporais dos preços de ações. A linha continua representa a evolução de uma ação claramente menos que a linha pontilhada. A série temporal dos dados dessas duas ações pode ser redefinida como distribuição de probabilidade, como apresentado na Figura B7. Mesmo tendo valor esperado idêntico, suas volatilidades e, conseqüentemente, seus riscos são diferentes. O eixo-x representa os preços da ação enquanto o eixo-y indica a freqüência com que esse preço ocorreu e a área entre dois valores da ação, sobre essa ‘curva’, representa a probabilidade de esse evento ocorrer. A segunda ação, representada pela linha pontilhada na Figura B6, tem uma amplitude maior (maior desvio padrão σ_2) que a linha contínua que representa a outra ação na mesma figura. A amplitude observada no eixo-x da Figura B7 é a mesma amplitude verificada no eixo-y da Figura B6. Uma medida usual

de amplitude é chamada de desvio padrão. O desvio padrão é uma forma de se medir a volatilidade. O termo volatilidade é utilizado, e não o termo desvio padrão, porque a volatilidade calculada não fruto dos dados de medição do preço de uma ação ou fruto dos valores obtidos num fluxo de caixa e sim o logaritmo natural do retorno relativo desses valores de ação e fluxos de caixa.

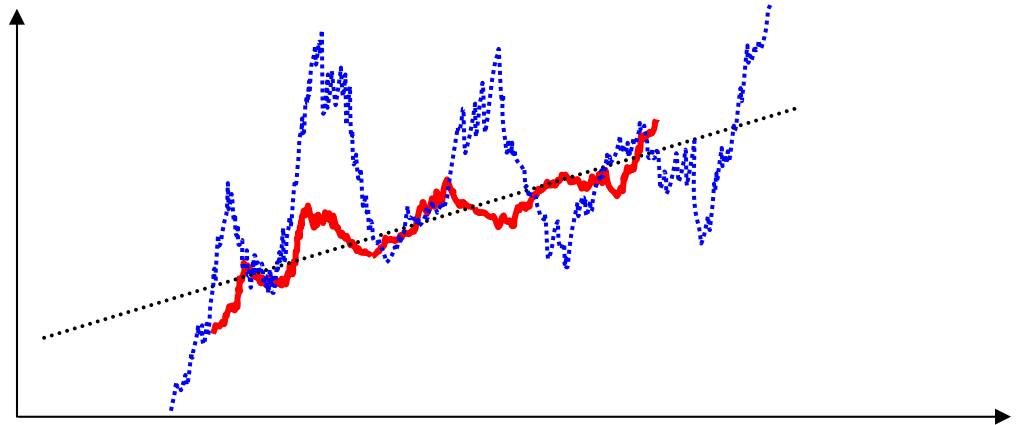


Figura B6: Volatilidade

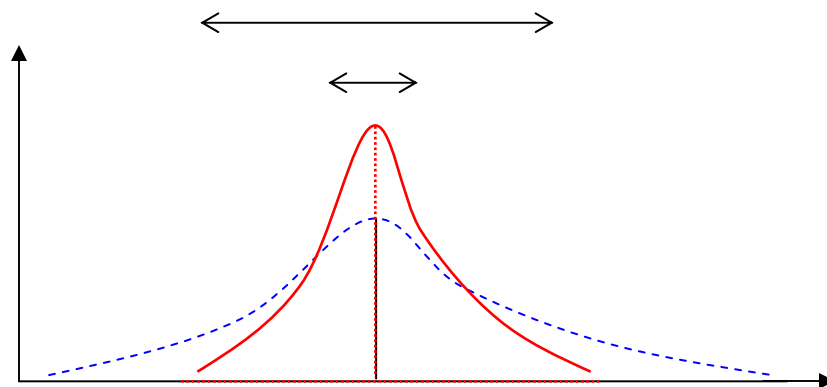


Figura B7: Desvio Padrão

Entretanto, para fins didáticos na explicação da volatilidade, a terminologia empregada é relaxada e assume-se que ambos os termos são sinônimos. Dessa forma, poderemos desenvolver algumas hipóteses na estimativa da volatilidade. Então é possível a partir do VPL (valor médio) e uma extensão de distribuição de probabilidade se obter o valor aproximado da volatilidade. Por exemplo, digamos que um projeto tem um valor esperado para o VPL de \$100M. Assumindo algumas hipóteses, o gerente indica haver apenas uma probabilidade de 10% do VPL, no melhor cenário, ultrapassar o valor de \$150M, onde a Figura B8 ilustra essa situação. Considerando como uma hipótese aceita

de que a distribuição de probabilidade do VPL acompanha a Distribuição Normal é possível, então, se obter a volatilidade implícita da seguinte forma:

$$\text{Volatilidade} = \frac{\text{Valor Percentile} - \text{Média}}{\text{Inverso do Percentil} \times \text{Média}}$$

Neste exemplo, o cálculo da volatilidade do projeto é:

$$\text{Volatilidade} = \frac{\$150M - \$100M}{\text{Inverso}(0.90) \times \$100M} = \frac{\$50M}{1.2815 \times \$100M} = 39.02\%$$

De forma prática, o inverso do percentil pode ser obtido por uma função do Excel $NORMSINV(0.9)$. De maneira similar, caso o pior cenário ocorra com probabilidade de 10% para um valor de VPL igual a \$50M, podemos obter a volatilidade aplicando a fórmula:

$$\text{Volatilidade} = \frac{\$50M - \$100M}{\text{Inverso}(0.10) \times \$100M} = \frac{-\$50M}{-1.2815 \times \$100M} = 39.02\%$$

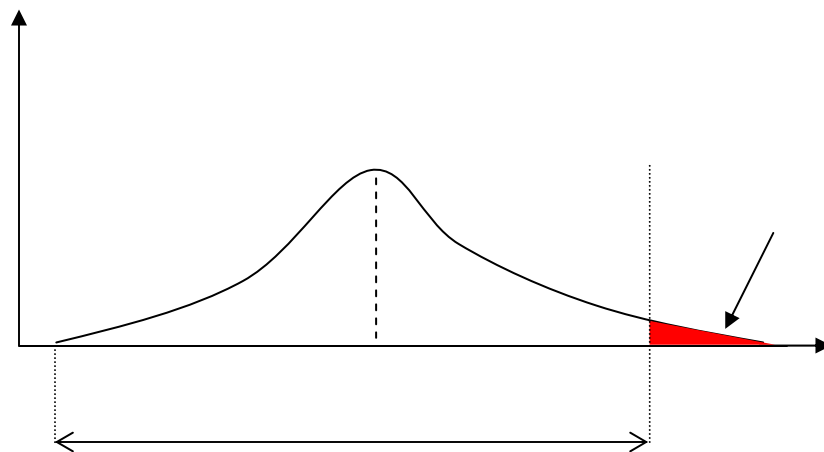


Figura B8: Da Probabilidade a Volatilidade

Por essa hipótese assumida (Distribuição Normal) verificamos que a volatilidade apresenta uma característica de simetria. Ou seja, o valor esperado do VPL é \$100M, 50% de crescimento representa \$150M enquanto 50% de decréscimo leva a uma valor de \$50M. E dessa forma, através desse método simplório se obtém a volatilidade estimada de 39.02% e se pode explicar que esse valor representa que o ativo terá 90% de probabilidade de permanecer entre \$50M e \$150M ou que tem apenas 10% de probabilidade de exceder o valor de \$150M. Através desse simples exemplo pudemos mostrar ser possível converter probabilidade em volatilidade utilizando a equação retro apresentada, onde nos parece bem mais fácil de um executivo entender. De modo inverso, se o seu modelo é desenvolvido em Excel, é possível converter a volatilidade em probabilidade. As Figuras B9 e B10 ilustram este método. Abra o exemplo de

Estimativa de Volatilidade já mencionada e selecione a pasta *Volatilidade para Probabilidade* para seguir a demonstração..

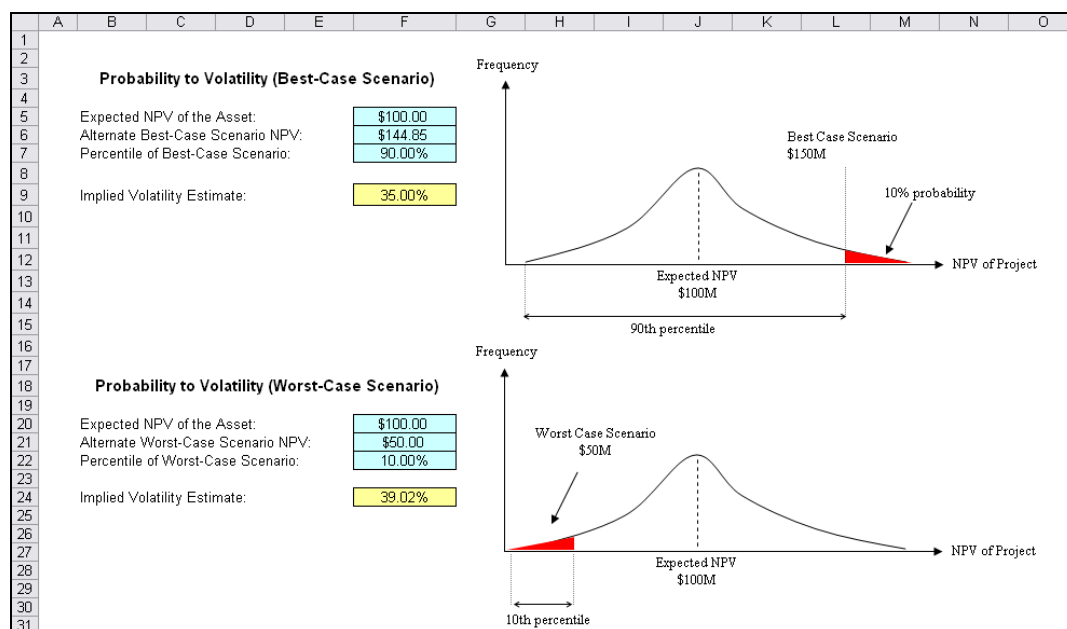


Figura B9: Modelo Excel Probabilidade para Volatilidade

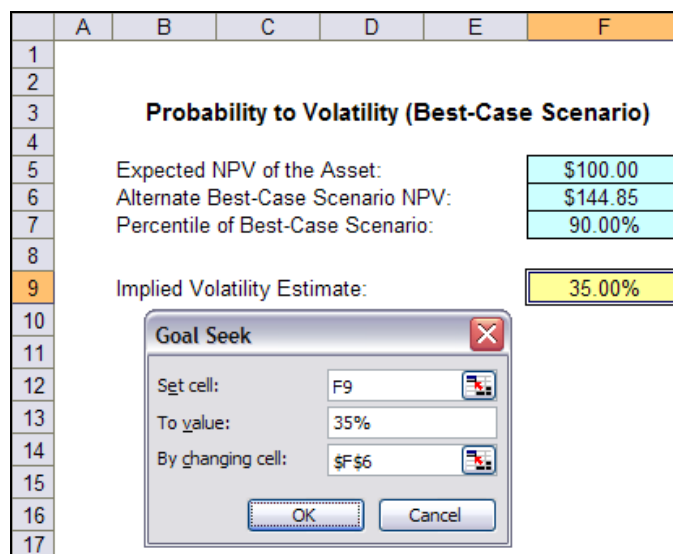


Figura B10: Modelo Excel Volatilidade para Probabilidade

Na Figura B9 demonstra-se que entrando com o VPL esperado é possível se obter a volatilidade alterando-se os valores nas células em azul. Isto é, dado alguma probabilidade e seus valores é possível se obter a volatilidade. De maneira inversa, a Figura B10 mostra com é possível se fixando uma meta para a volatilidade (célula F9) é possível obter qualquer valor das células em azul com o uso da função *Atingir Meta* ou *Goal Seek* em *Ferramentas* ou *Tools*. Por exemplo, digamos que o VPL esperado do projeto

é de \$100M com uma volatilidade de 35% em 90% do tempo, o VPL será menor que \$144.85M e no cenário de melhor-caso, apenas 10% do tempo, o VPL excederá este valor.

Uma vez que o mecanismo de se estimar a volatilidade foi entendido, de novo precisaremos explicar o motivo de fazermos dessa forma. Meramente entendendo o mecanismo é insuficiente para se justificar este método ou explicar a racionalidade por trás dele. Então vamos dar uma olhada nas premissas e explicar racionalmente as mesmas:

- **Premissa 1:** Foi assumido que os ativos subjacentes tinham um comportamento com uma distribuição Normal. É possível se assumir a normalidade porque a distribuição final de uma árvore binomial tem essa distribuição. De fato, a equação do Movimento Browniano mostrada anteriormente, possui variável aleatória com distribuição Normal (ε). Adicionalmente, pode-se afirmar que uma série de distribuições converge para uma distribuição Normal (Uma distribuição Binomial se transforma em uma distribuição Normal quando o número de experimentos aumenta; uma distribuição de Poisson também sofre a mesma tendência caso uma alta taxa de ocorrência; uma distribuição Triangular é basicamente uma normal truncada nos seus valores superior e inferior e assim por diante) e tais afirmações não são óbvias para o VPL quando se usam diversos tipos de distribuição na montagem do modelo de FCD e utiliza simulação Monte Carlo (p.ex., receitas com distribuição LogNormal e negativamente correlacionada com outra variável ao longo do tempo, enquanto as despesas operacionais estão positivamente correlacionadas com a receita mas assume-se uma distribuição Triangular, enquanto o efeito da competição de mercado é dito seguir uma distribuição de Poisson com uma baixa taxa de ocorrência sendo simulado como uma distribuição Binomial). Nós não podemos determinar teoricamente como uma LogNormal menos Uma Triangular vezes Poisson e Binomial, após computar as correlações, se comportarão. Em vez disso, nos baseamos no Teorema do Limite Central e assumimos que o resultado final se aproximará da Normal, no caso de se utilizar um grande número de experimentos. Finalmente estamos interessados na obtenção da volatilidade do logaritmo do retorno relativo e não no desvio padrão do fluxo de caixa atual ou preços de ações. Esses tem usualmente uma distribuição LogNormal (uma vez que o preço das ações não se tornam negativos) mas o Logaritmo do retorno relativo é Normalmente distribuído. De fato, podemos observar isso nas Figuras B11 e B12, onde obtemos o histórico dos preços da ação da Microsoft de março de 1986 a dezembro de 2004.
- **Premissa 2:** Assumimos que o desvio padrão tem a mesma interpretação da Volatilidade. Novamente, nos referindo a Figure B12, utilizando o gráfico do retorno esperado, a média calculada é 0.58% e o 90º percentil é 8.60%, e a volatilidade implícita encontrada é 37%. Utilizando os dados obtidos no 'site', calculamos a volatilidade implícita para todo o período como 36%. Então

verificamos que o cálculo está bem próximo do obtido, o que nos leva a utilizar esse método para uma justificar uma demonstração gerencial.

- **Premissa 3:** Nós utilizamos o cálculo da volatilidade baseado na distribuição Normal. Como nós assumimos que a distribuição subjacente é Normal, é possível calcular a volatilidade utilizando a distribuição Normal Padrão. O Z-score da Normal é obtido pela equação:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \text{ o que significa que } \sigma = \frac{x - \mu}{Z}$$

E porque nós normalizamos a volatilidade como uma percentagem (σ^*), nós dividimos este valor pela média e obtemos:

$$\sigma^* = \frac{x - \mu}{Z\mu}$$

Em termos leigos, nós temos que:

$$\text{Volatilidade} = \frac{\text{Valor Percentile} - \text{Média}}{\text{Inversa do Percentil} \times \text{Média}}$$

Novamente, a inversa do Percentil é obtida utilizando a função Excel: *NORMSINV*.

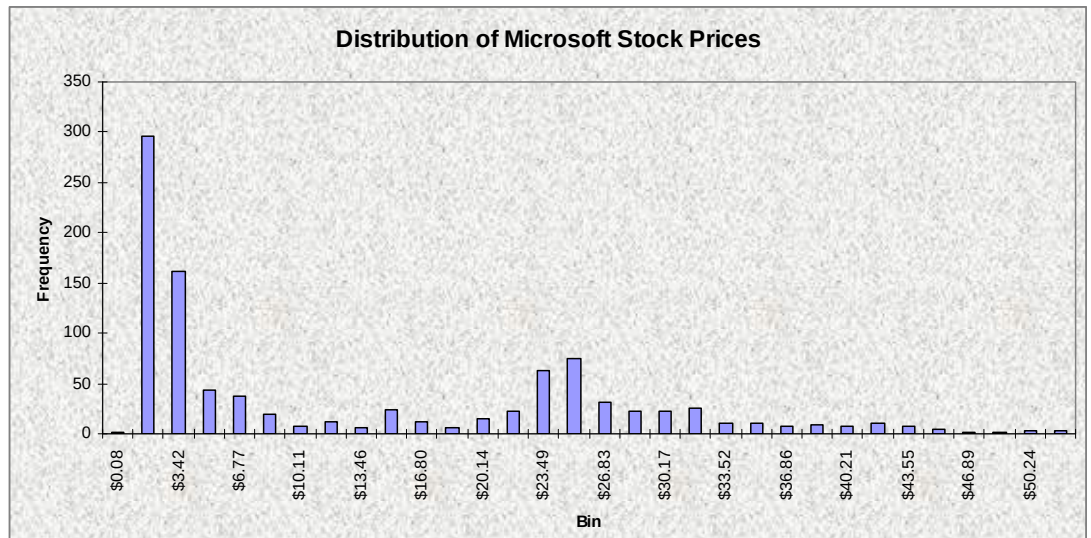


Figura B11: Distribuição de Probabilidade dos preços das ações da Microsoft (Desde 1986)

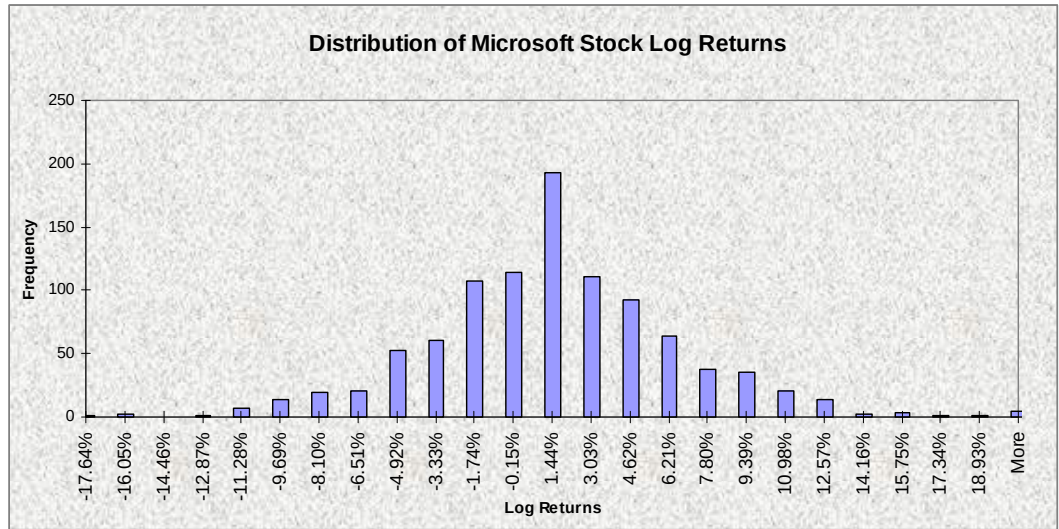


Figura B12: Distribuição de Probabilidade do Log dos Retornos Relativos da Microsoft
Método Proxy de Mercado

Este é um método usado frequentemente (para não dizer mal usado) para estimativa da volatilidade, aplicado para divulgação de dados de mercado. Isto é, para um projeto em análise, se observa os dados de um determinado conjunto de firmas comparáveis. Essas firmas devem ter *funções, mercados, riscos e localização geográfica* semelhantes ao do projeto em análise. Então, baseado nos dados de preço obtidos é calculado o desvio padrão do logaritmo natural dos retornos. Esse método é semelhante ao que utiliza para o cálculo baseado em retornos dos fluxos de caixa previamente discutido. O problema com este método é a hipótese assumida da existência de firmas com características de risco comparáveis com o do projeto em análise. O problema é que o preço de mercado de uma ação está submetido a uma reação exagerada do investidor e aspectos psicológicos inerentes ao mercado acionário, bem como a um conjunto incontável de variáveis exógenas que são irrelevantes quando se estima o risco de um projeto. Adicionalmente, a valoração do mercado para grandes empresas abertas dependem de múltiplos projetos, interativos e diversificados. Finalmente, empresas são alavancadas, mas projetos específicos são usualmente não alavancados. Conseqüentemente, a volatilidade usada em análise por Opções Reais (σ_{RO}) deve ser ajustada para descontar esse efeito de “alavancagem”, dividindo a volatilidade do mercado (σ_{EQUITY}) por $(1+D/E)$ que é o Coeficiente de Endividamento (*debt-to-equity ratio*) da empresa aberta. Ou seja:

$$\sigma_{RO} = \frac{\sigma_{EQUITY}}{1 + \frac{D}{E}}.$$

Esse método pode ser usado se existir um mercado comparável tal como índices setoriais ou índices industriais. É incorreto declarar que o risco de um projeto assim medido é igual ao risco da indústria inteira, setor ou mercado. Existe um grande número de interações no mercado tais como: diversificações, reações exageradas, resultados de negociações, que um simples projeto em uma empresa não está exposto. Deve-se tomar

muito cuidado na escolha de padrões de comparação, o que se torna o elemento mais sensível desse método. Tal cuidado transforma essa tarefa muitas vezes difícil para se encontrar o conjunto certo de firmas comparáveis o que pode levar a um resultado um tanto quanto manipulável pela inclusão ou exclusão de empresas que serão utilizadas nesse conjunto de comparável escolha. O benefício desse método é sua facilidade de uso, onde indústrias padrão são utilizadas sem se fazer muitos cálculos.



Apêndice C: Fórmulas Analíticas

– Fórmulas das Opções Exóticas

Modelo de Opção Black e Scholes – versão Européia

Este é o famoso modelo Black-Scholes ganhador do “Nobel Prize” para opções que não pagam dividendos. É a versão Européia, onde a opção somente pode ser exercida no vencimento e nunca antes. Além disso, ela é muito simples de ser utilizada, observando-se apenas cuidado na estimativa das variáveis, principalmente a volatilidade, que normalmente apresenta dificuldade em se obter. De qualquer modo, o modelo Black-Scholes é útil para uma boa estimativa do valor real de uma opção, especialmente quando se tratam de opções mais genéricas como de compras ou de vendas (*calls* ou *puts*). Para análises mais complexas com opções reais, são necessários diferentes tipos de opções exóticas.

Definição das Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	tempo de expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão

Cálculo

$$Call = S\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT}\Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT}\Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - S\Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

Black e Scholes com Drift (Dividendo) – Versão Européia

Esta é uma modificação do modelo Black-Scholes e assume uma distribuição fixa de dividendos à razão q em percentual. Tal pode ser considerado como o custo de oportunidade de se possuir uma opção no lugar de um ativo subjacente.

Definição das Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	tempo de expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendo ou custo oportunidade (%)

Cálculo

$$Call = Se^{-qT} \Phi\left(\frac{\ln(S / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(S / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - Se^{-qT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

Black e Scholes com pagamentos futuros

– versão Européia

Aqui, a cadeia de fluxos de caixa pode ser irregular no tempo e devemos permitir diferentes taxas de desconto (taxa livre de risco deverá ser usada) para todos os momentos futuros, levando em consideração um ajuste flexível da curva da taxa de risco.

Definição das Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	tempo de expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendo ou custo oportunidade (%)
CF_i	fluxo de caixa no instante i

Cálculo

$$S^* = S - CF_1 e^{-rt_1} - CF_2 e^{-rt_2} - \dots - CF_n e^{-rt_n} = S - \sum_{i=1}^n CF_i e^{-rt_i}$$

$$Call = S^* e^{-qT} \Phi \left(\frac{\ln(S^* / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right) - X e^{-rT} \Phi \left(\frac{\ln(S^* / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right)$$

$$Put = X e^{-rT} \Phi \left(- \left[\frac{\ln(S^* / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right] \right) - S^* e^{-qT} \Phi \left(- \left[\frac{\ln(S^* / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right] \right)$$

Opções de Escolha ou Conversão (Conversão Básica)

É o valor do *payoff* para uma opção de conversão simples, quando $t_1 < T_2$. Adicionalmente, assume-se que o detentor da opção tem o direito de escolher entre uma *call* e uma *put* com o mesmo valor de exercício num instante t_1 e ambas com a mesma data de expiração T_2 . Para valores de exercício diferentes e com diferentes datas de expiração é necessário o uso de opções de conversão mais complexas

Definição de Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
t_1	instante de escolha entre a <i>call</i> ou a <i>put</i> (anos)
T_2	instante da expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendo ou custo oportunidade (%)

Cálculo

$$\begin{aligned} \text{Valor Opção} = & Se^{-qT_2} \Phi \left[\frac{\ln(S / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T_2}{\sigma \sqrt{T_2}} \right] - Se^{-qT_2} \Phi \left[\frac{-\ln(S / X) + (q - r)T_2 - t_1 \sigma^2 / 2}{\sigma \sqrt{t_1}} \right] \\ & - Xe^{-rT_2} \Phi \left[\frac{\ln(S / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)T_2}{\sigma \sqrt{T_2}} - \sigma \sqrt{T_2} \right] + Xe^{-rT_2} \Phi \left[\frac{-\ln(S / X) + (q - r)T_2 - t_1 \sigma^2 / 2}{\sigma \sqrt{t_1}} + \sigma \sqrt{t_1} \right] \end{aligned}$$

Conversão Complexa

O detentor da opção **tem o direito de escolher entre uma call ou put em diferentes instantes** (TC e TP) com diferentes níveis de exercício (XC e XP) de calls e puts. Observar que algumas das equações apresentadas a seguir não podem ser prontamente resolvidas utilizando apenas planilha eletrônica. São necessários uso de métodos recursivos desenvolvidos para resolver distribuições bivariável e valores críticos, pelo uso de programas de computador.

Definição das Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	tempo de expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
Ω	distribuição acumulada bivariável normal padrão
q	pagamento contínuo de dividendo (%)
I	valor crítico obtido recursivamente
Z	variáveis intermediárias (Z1 e Z2)

Cálculos: Primeiro, encontre recursivamente o valor da variável crítica I como a seguir:

$$\begin{aligned}
 0 = & Ie^{-q(T_C-t)}\Phi\left[\frac{\ln(I/X_C) + (r - q + \sigma^2/2)(T_C - t)}{\sigma\sqrt{T_C - t}}\right] \\
 & - X_Ce^{-r(T_C-t)}\Phi\left[\frac{\ln(I/X_C) + (r - q + \sigma^2/2)(T_C - t)}{\sigma\sqrt{T_C - t}} - \sigma\sqrt{T_C - t}\right] \\
 & + Ie^{-q(T_P-t)}\Phi\left[\frac{-\ln(I/X_P) + (q - r - \sigma^2/2)(T_P - t)}{\sigma\sqrt{T_P - t}}\right] \\
 & - X_Pe^{-r(T_P-t)}\Phi\left[\frac{-\ln(I/X_P) + (q - r - \sigma^2/2)(T_P - t)}{\sigma\sqrt{T_P - t}} + \sigma\sqrt{T_P - t}\right]
 \end{aligned}$$

Então, usando o valor de I, calcule

$$d_1 = \frac{\ln(S / I) + (r - q + \sigma^2 / 2)t}{\sigma\sqrt{t}} \text{ e } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

$$y_1 = \frac{\ln(S / X_C) + (r - q + \sigma^2 / 2)T_C}{\sigma\sqrt{T_C}} \text{ e } y_2 = \frac{\ln(S / X_P) + (r - q + \sigma^2 / 2)T_P}{\sigma\sqrt{T_P}}$$

$$\rho_1 = \sqrt{t / T_C} \text{ e } \rho_2 = \sqrt{t / T_P}$$

$$ValorOpção = Se^{-qt_C}\Omega(d_1; y_1; \rho_1) - X_C e^{-rT_C}\Omega(d_2; y_1 - \sigma\sqrt{T_C}; \rho_1)$$

$$- Se^{-qT_P}\Omega(-d_1; -y_2; \rho_2) + X_P e^{-rT_P}\Omega(-d_2; -y_2 + \sigma\sqrt{T_P}; \rho_2)$$

Opções em opções Compostas

O valor de uma opção composta é baseado no valor de outra opção. Isto é, a variável subjacente da opção composta é outra opção. De novo, a solução desse problema requer cálculos utilizando programação computacional.

Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
r	taxa livre de risco (%)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendo (%)
I	valor crítico obtido recursivamente
Ω	distribuição acumulada bivariável normal padrão
X_1	valor de exercício ativo subjacente (\$)
X_2	valor exercício da opção na opção (\$)
t_1	data de expiração da opção na opção (anos)
T_2	data de expiração para opção subjacente (anos)

Cálculo

Primeiro, resolva o valor crítico I utilizando:

$$X_2 = Ie^{-q(T_2-t_1)}\Phi\left(\frac{\ln(I/X_1) + (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{(T_2 - t_1)}}\right) - X_1e^{-r(T_2-t_1)}\Phi\left(\frac{\ln(I/X_1) + (r - q - \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{(T_2 - t_1)}}\right)$$

Resolva recursivamente o valor de I e então substitua a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Call on call} = & Se^{-qT_2}\Omega\left[\frac{\ln(S/X_1) + (r - q + \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}}; \frac{\ln(S/I) + (r - q + \sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}}; \sqrt{t_1/T_2}\right] \\ & - X_1e^{-rT_2}\Omega\left[\frac{\ln(S/X_1) + (r - q + \sigma^2/2)T_2}{\sigma\sqrt{T_2}} - \sigma\sqrt{T_2}; \frac{\ln(S/I) + (r - q + \sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}} - \sigma\sqrt{t_1}; \sqrt{t_1/T_2}\right] \\ & - X_2e^{-rt_1}\Phi\left[\frac{\ln(S/I) + (r - q + \sigma^2/2)t_1}{\sigma\sqrt{t_1}} - \sigma\sqrt{t_1}\right] \end{aligned}$$

Opção de Início Futuro (Forward Start)

Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
t_1	time when the forward start option begins (years)
T_2	time to expiration of the forward start option (years)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendo (%)

Cálculo

$$\begin{aligned}
 Call &= Se^{-qt_1} e^{-q(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{\ln(1/\alpha) + (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} \right] \\
 &\quad - Se^{-qt_1} \alpha e^{(-r)(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{\ln(1/\alpha) + (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} - \sigma\sqrt{T_2 - t_1} \right] \\
 Put &= Se^{-qt_1} \alpha e^{(-r)(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{-\ln(1/\alpha) - (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} + \sigma\sqrt{T_2 - t_1} \right] \\
 &\quad - Se^{-qt_1} e^{-q(T_2-t_1)} \Phi \left[\frac{-\ln(1/\alpha) - (r - q + \sigma^2/2)(T_2 - t_1)}{\sigma\sqrt{T_2 - t_1}} \right]
 \end{aligned}$$

onde α é uma constante de multiplicação.

Nota: Caso a opção inicie à X por cento *out-of-the-money*, isto é, α deverá ser $(1 + X)$. Caso comece *at-the-money*, α deverá ser 1,0 e $(1 - X)$ se *in-the-money*.

Modelo Black-Scholes Generalizado

Variáveis

S	valor presente do fluxo de caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	tempo de expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendo ou custo oportunidade (%)
b	custo de carregamento (%)

Cálculo

$$Call = Se^{(b-r)T} \Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (b + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) - Xe^{-rT} \Phi\left(\frac{\ln(S/X) + (b - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right)$$

$$Put = Xe^{-rT} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (b - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right) - Se^{(b-r)T} \Phi\left(-\left[\frac{\ln(S/X) + (b + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}\right]\right)$$

Notas:

$b = 0$:	modelo opções sobre Futuros
$b = r - q$:	Black-Scholes com pagamento de dividendos
$b = r$:	Black-Scholes formula simples
$b = r - r^*$:	modelo de opções sobre moeda estrangeira

Opções sobre Futuros

O ativo subjacente é um contrato futuro com preço inicial F . Aqui o valor de F é o preço inicial do *forward* ou contrato futuro trocando S por F bem como calculando seu valor presente .

Variáveis

X	Custo de Implantação (\$)
F	ponto simples futuro de fluxos de caixa (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	data para expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Φ	distribuição acumulada da Normal Padrão
q	pagamento contínuo de dividendos (%)

Cálculo

$$Call = Fe^{-rT} \Phi \left(\frac{\ln(F / X) + (\sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right) - Xe^{-rT} \Phi \left(\frac{\ln(F / X) - (\sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right)$$

$$Put = Xe^{-rT} \Phi \left(- \left[\frac{\ln(F / X) - (\sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right] \right) - Fe^{-rT} \Phi \left(- \left[\frac{\ln(F / X) + (\sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \right] \right)$$

Opção sobre dois ativos correlacionados

O valor do *payoff* de uma opção depende se o outro ativo correlacionado está *in-the-money*. Esta é a contraparte para o modelo quadrinomial correlacionado.

Variáveis

S	valor presente de fluxo caixa futuro (\$)
X	custo de implantação (\$)
r	taxa livre de risco (%)
T	tempo para expiração (anos)
σ	volatilidade (%)
Ω	função distribuição acumulada normal bivariada
ρ	correlação (%) entre os dois ativos
q_1	dividendo primeiro ativo (%)
q_2	dividendo segundo ativo (%)

Cálculo

$$\begin{aligned}
 Call &= S_2 e^{-q_2 T} \Omega \left[\frac{\ln(S_2 / X_2) + (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}} + \sigma_2 \sqrt{T}; \frac{\ln(S_1 / X_1) + (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}} \right. \\
 &\quad \left. + \rho \sigma_2 \sqrt{T}; \rho \right] \\
 &\quad - X_2 e^{-rT} \Omega \left[\frac{\ln(S_2 / X_2) + (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}}; \frac{\ln(S_1 / X_1) + (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}}; \rho \right] \\
 \\
 Put &= X_2 e^{-rT} \Omega \left[\frac{-\ln(S_2 / X_2) - (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}}; \frac{-\ln(S_1 / X_1) - (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}}; \rho \right] \\
 &\quad - S_2 e^{-q_2 T} \Omega \left[\frac{-\ln(S_2 / X_2) - (r - q_2 - \sigma_2^2 / 2)T}{\sigma_2 \sqrt{T}} - \sigma_2 \sqrt{T}; \frac{-\ln(S_1 / X_1) - (r - q_1 - \sigma_1^2 / 2)T}{\sigma_1 \sqrt{T}} \right. \\
 &\quad \left. - \rho \sigma_2 \sqrt{T}; \rho \right]
 \end{aligned}$$



Apêndice D – Guia rápido de instalação e licenciamento

Esta seção contém o guia rápido de instalação, para usuários mais avançados. Para um processo mais detalhado recorra a próxima seção. O software SLS 5.0 necessita como requisitos mínimos o seguinte:

- Windows XP, Vista, ou Windows 7, e sucessores
- Excel XP, Excel 2003, Excel 2007, ou Excel 2010, e sucessores
- .NET Framework 2.0, 3.0, 3.5, e sucessores
- Direitos de Administrador (para a instalação do software)
- Mínimo de 2GB de RAM
- 150MB área livre em disco

Existem dois tipos de licença requerida para executar o *Real Options SLS*. A primeira licença é a licença para o software *Real Options SLS* (modelos de árvores binomiais com ativo simples, ativos múltiplos e com múltiplas fases, árvores multinomiais e desenvolvedor de árvores). A segunda licença é para o Sistema de Valoração de Exóticos Financeiros e as Funções SLS acessíveis via Excel. Para licenciar o seu software, siga os dois passos a seguir:

Preparação:

1. Inicie o Real Options SLS (clique em Start, Programs, Real Options Valuation, Real Options SLS, Real Options SLS).
2. Clique em “1. License Real Options SLS” e você terá acesso ao código interno do seu equipamento (HARDWARE ID) (este inicia com o prefixo *SLS* e mais um conjunto de caracteres com 12 a 20 dígitos). Escreva esta informação em um local separado ou copie pela seleção e cópia e após agregue esta informação (paste) no e-mail de que será enviado para nós.
3. Clique em “2. License Functions & Options Valuator” e escreva a informação disponibilizada em um local separado ou copie os dados de identificação

(HARDWARE FINGERPRINT) (esses dados são composto de um código alfanumérico com 8 dígitos).

4. Adquira a licença em www.realoptionsvaluation.com selecionando a aba **Purchase**.
5. E-mail admin@realoptionsvaluation.com com essas informações obtidas de seu computador e nós lhe enviaremos o arquivo e a chave de licença. Uma vez recebido, favor instale a licença seguindo os passos a seguir descritos.

Instalando as Licenças:

1. Salve o arquivo de licença SLS no seu HD-hard drive (o arquivo de licença que lhe enviamos após a aquisição do software) e inicie o Real Options SLS (clique em *Start, Programs, Real Options Valuation, Real Options SLS, Real Options SLS*).
2. Clique em “1. License Real Options SLS” e selecione ACTIVATE, então procure com seu *browse* o local onde o arquivo de licença do SLS foi salvo.
3. Clique em “2. License Functions & Options Valuator” e entre com a combinação de NAME e KEY que lhe enviamos.